

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN.



TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM



MỤC LỤC

Bài 1. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

A. Lý thuyết

- 1. Định nghĩa xác suất có điều kiện.....2
- 2. Công thức tính xác suất có điều kiện.....2

B. Các dạng bài tập

- Dạng 1. Tính xác suất có điều kiện không sử dụng công thức.4
- Dạng 2. Tính xác suất có điều kiện sử dụng công thức.....5
- Dạng 3. Tính xác suất có điều kiện sử dụng sơ đồ hình cây.8

C. Luyện tập

- A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....10
- B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai.....14
- C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....16

Bài 2. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN - CÔNG THỨC BAYES

A. Lý thuyết

- 1. Công thức xác suất toàn phần.....18
- 2. Công thức Bayes.....18

B. Các dạng bài tập

- Dạng 1. Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.....20
- Dạng 2. Các bài toán liên quan đến công thức xác suất toàn phần.....22
- Dạng 3. Các bài toán liên quan đến công thức Bayes.....23

C. Luyện tập

- A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....26
- B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai.....28
- C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....30



Chương 06

Bài 1.

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

A

Lý thuyết

1. Định nghĩa xác suất có điều kiện



Định nghĩa:

Cho hai biến cố A và B .

- » Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B .
- » Kí hiệu $P(A|B)$.

2. Công thức tính xác suất có điều kiện



Định nghĩa:

Cho hai biến cố A và B trong đó $P(B) > 0$ khi đó $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$



Chú ý

- » Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$
- » Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(A|B)$.
- » Cho A và B là hai biến cố với $P(B) > 0$. Khi đó, ta có: $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

Trong đó $n(A \cap B)$ là số các trường hợp thuận lợi của $(A \cap B)$;

$n(B)$ là số các trường hợp thuận lợi của B .

- » Nếu A và B là hai biến cố bất kì, với $P(B) > 0$ thì: $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$
- » Cho A và B là hai biến cố với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.

Khi đó, A và B là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi: $P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$ và

$$P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

- » Nếu A và B là hai biến cố bất kì, với $P(B) > 0$ thì: $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$



KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Xác suất điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

2. Công thức nhân xác suất: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(B|A)$

✓ **Chú ý 1:** Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.

» $P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$

» $P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$

✓ **Chú ý 2:**

» $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

» $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$

» $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$

» $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(A)$

» Cách ghi $P(A \cap B)$ với $P(AB)$ hoàn toàn như nhau.

✓ **Chú ý 3:**

» Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

TOÁN TỪ TÂM



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Tính xác suất có điều kiện không sử dụng công thức.



Phương pháp

Mô tả không gian mẫu

- » **Cách 1:** Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi đếm.
- » **Cách 2:** Sử dụng quy tắc đếm, hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để đếm số phần tử của không gian mẫu và biến cố.
- » **Chú ý:**
 1. $\overline{abc}$ chia hết cho 2 (hay là số chẵn) thì chữ số $c \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.
 2. $\overline{abc}$ chia hết cho 5 thì chữ số $c \in \{0; 5\}$.
 3. $\overline{abc}$ chia hết cho 3 thì chữ số $a+b+c$ chia hết cho 3.
 4. $\overline{abc}$ chia hết cho 9 thì chữ số $a+b+c$ chia hết cho 9.



Ví dụ 1.1.

Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy ngẫu nhiên ba chữ số và sắp xếp theo một thứ tự. Xét biến Số A : “Ba số lập thành một số chia hết cho 2”. Kết quả thuận lợi của biến cố A bằng?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

Một nhóm các nhà khoa học gồm 4 nhà toán học nam; 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý học nam. Lấy ngẫu nhiên ba người. Xác suất trong ba người có cả nam và nữ, cả toán và lí bằng?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Dạng 2. Tính xác suất có điều kiện sử dụng công thức.



Phương pháp

Cho hai biến cố A và B .

Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của biến A với điều kiện B và kí hiệu là $P(A|B)$.

Cho hai biến cố A và B bất kỳ, với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.



Ví dụ 2.1.

Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.2.

Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.3.

Một hộp có 30 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó, lần thứ 2 lấy ngẫu nhiên thêm một viên bi trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: “Lần thứ hai lấy được viên bi trắng”;

và B là biến cố: “Lần thứ nhất lấy được viên bi đen”.

Tính $P(A|B)$.



 *Lời giải*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.4.

Trong cơ quan có 100 người. Trong đó có 60 người gần cơ quan (trong đó có 40 người là nam), có tổng cộng 30 nữ nhân viên. Theo quy định của cơ quan thì người nào hoặc là nam hoặc gần cơ quan sẽ phải tham gia trực. Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên một người trong danh sách mà người đó lại là nữ trực cơ quan?

 *Lời giải*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.5.

Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

 *Lời giải*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.6.

Ba khẩu súng độc lập bắn vào một mục tiêu. Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng bằng $0,7$, để khẩu thứ hai bắn trúng bằng $0,8$, để khẩu thứ ba bắn trúng bằng $0,5$. Mỗi khẩu bắn 1 viên. Tính xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng biết rằng chỉ có 2 viên trúng mục tiêu.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



➤ Dạng 3. Tính xác suất có điều kiện sử dụng sơ đồ hình cây.

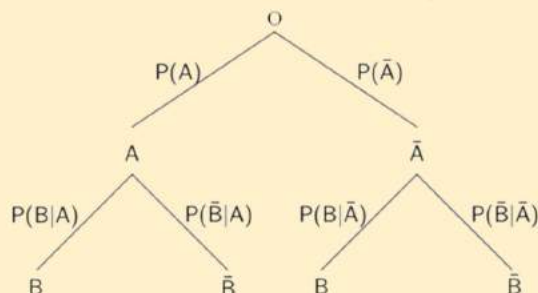


Phương pháp

Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (hình bên dưới) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.

Tính $P(A \cap B)$ bằng xác suất của lộ trình $(O - A - B)$

Tính $P(B)$ bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là $(O - A - B)$ và $(O - \bar{A} - B)$.



Ví dụ 3.1.

Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy

➤ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên

- Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này trên thị trường. Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

 **Lời giải**

[illegible]



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A: "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B: "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Xác định biến cố $C = B | A$: "biến cố B với điều kiện biết A đã xảy ra".

A. $B | A = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$

B. $B | A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

C. $B | A = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3), (4,1), (4,3)\}$

D. $B | A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

» **Câu 2.** Một con xúc xắc cân đối, đánh số từ 1 đến 6, được gieo 2 lần liên tiếp. Xét các biến cố:

A: "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn",

B: "Số chấm ở lần gieo thứ nhất là số lẻ",

Xác định biến cố A khi biết B đã xảy ra.

A. $A | B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

B. $A | B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5),$
 $(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

C. $A | B = \{(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

D. $A | B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

» **Câu 3.** Một hộp chứa 5 quả bóng: 2 quả màu đỏ (đánh số 1 và 2), 2 quả màu xanh (đánh số 3 và 4) và 1 quả màu vàng (đánh số 5). Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng liên tiếp không hoàn lại. Xét các biến cố:

A: "Quả bóng lấy ra đầu tiên có màu đỏ"

B: "Tổng số của hai quả bóng lấy ra là số lẻ"

Xác định $B | A$ là biến cố B khi biết A đã xảy ra.

A. $B | A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,5)\}$.

B. $B | A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3)\}$.

C. $B | A = \{(1,3), (1,5), (2,3), (2,5)\}$.

D. $B | A = \{(1,3), (1,5), (2,1), (2,3), (2,5)\}$.

» **Câu 4.** Trong một kỳ thi, có 60% học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên và 40% học sinh đã làm đúng bài toán thứ hai. Biết rằng có 20% học sinh làm đúng cả hai bài toán. Xác suất để một học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đó đã làm đúng bài toán đầu tiên là bao nhiêu?

A. 0,5

B. 0,333

C. 0,2

D. 0,667



- » **Câu 5.** Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:
 A : "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"
 B : "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".
 Tính xác suất có điều kiện $P(B|A)$.
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
- » **Câu 6.** Một lô sản phẩm có 30 sản phẩm, trong đó có 4 chất lượng thấp. Lấy liên tiếp hai sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp.
 A. $\frac{3}{29}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{4}{30}$ D. $\frac{2}{15}$
- » **Câu 7.** Cho hai biến cố A và B có $P(A)=0,2; P(B)=0,6; P(A|B)=0,3$. Tính $P(\bar{A}B)$.
 A. 0,18. B. 0,42. C. 0,24. D. 0,02.
- » **Câu 8.** Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A)=0,2024, P(B)=0,2025$. Tính $P(A|B)$.
 A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.
- » **Câu 9.** Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A)=0,2024, P(B)=0,2025$. Tính $P(B|\bar{A})$.
 A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.
- » **Câu 10.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,6, P(B)=0,7, P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(A|B)$.
 A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{1}{7}$
- » **Câu 11.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,6, P(B)=0,7, P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(\bar{B}|A)$.
 A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{1}{7}$
- » **Câu 12.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,6, P(B)=0,7, P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(\bar{A} \cap B)$.
 A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{7}$
- » **Câu 13.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,8, P(B)=0,65, P(A \cap \bar{B})=0,55$. Tính $P(\bar{A} \cap B)$.
 A. 0,25. B. 0,4. C. 0,3. D. 0,35.
- » **Câu 14.** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.
 A. $\frac{2}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{5}{6}$
- » **Câu 15.** Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là
 A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{7}$



- » **Câu 16.** Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng là:
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.
- » **Câu 17.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(A \cap B)$.
- A. 0,25. B. 0,1. C. 0,15. D. 0,35.
- » **Câu 18.** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7.
- (a) Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.
A. 0,28. B. 0,7. C. 0,46. D. 0,18.
- (b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.
A. 0,6. B. 0,7. C. 0,46. D. 0,3.
- (c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.
A. 0,4. B. 0,7. C. 0,28. D. 0,6.
- » **Câu 19.** Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của Vietcombank nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV.
- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{4}{9}$.
- » **Câu 20.** Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?
- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{9}{16}$. C. $\frac{9}{17}$. D. $\frac{21}{80}$.
- » **Câu 21.** Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi "Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry". Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:
- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.
- » **Câu 22.** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?
- A. $\frac{95}{98}$. B. $\frac{931}{1000}$. C. $\frac{95}{100}$. D. $\frac{98}{100}$.
- » **Câu 23.** Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{11}{23}$. C. $\frac{12}{23}$. D. $\frac{11}{19}$.
- » **Câu 24.** Một nhóm học sinh có 30 học sinh, trong đó có 16 em học khá môn Toán, 25 em học khá môn Hóa học, 12 em học khá cả hai môn Toán và Hóa học. Chọn ngẫu nhiên một học



sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó học khá môn Toán biết rằng học sinh đó học khá môn Hóa học.

- A. 0,53. B. 0,75. C. 0,48. D. 0,84.

» **Câu 25.** Giả sử trong một nhóm người có 91% người là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là 85%, nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có phản ứng dương tính là 7%. Tính xác suất để người được chọn ra không nhiễm bệnh và không có phản ứng dương tính.

- A. 0,93. B. 0,0637. C. 0,8463. D. 0,7735.

» **Câu 26.** Một học sinh làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất học sinh đó làm đúng cả hai bài?

- A. 0,56. B. 0,14. C. 0,16. D. 0,65.

» **Câu 27.** Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Không gian mẫu rút lần lượt 2 thẻ biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV là

- A. 54. B. 90. C. 100. D. 50.

» **Câu 28.** Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.

» **Câu 29.** Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{2}{3}$.

» **Câu 30.** Danh sách một lớp đại học Quốc Gia có 95 sinh viên gồm 40 nam và 55 nữ. Có 23 sinh viên quốc tịch nước ngoài (trong đó có 12 nam và 11 nữ), số sinh viên còn lại có quốc tịch Việt Nam. Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp đó lên bảng. Tính xác suất sinh viên gọi tên có quốc tịch nước ngoài, biết rằng sinh viên đó là nữ?

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{11}{23}$. C. $\frac{12}{23}$. D. $\frac{11}{19}$.

» **Câu 31.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 10, biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm.

- A. $\frac{6}{11}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{3}{11}$.



B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 32.** Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,7$, $P(\bar{B}) = 0,6$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A B) = 0,6$		
(b)	$P(B \bar{A}) = 0,4$		
(c)	$P(\bar{B} \bar{A}) = 0,4$		
(d)	$P(\bar{B} \bar{A}) = 0,6$		

» **Câu 33.** Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.		
(b)	$P(A B) = \frac{1}{2}$		
(c)	$P(\bar{B} A) = \frac{2}{3}$		
(d)	$P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$		

» **Câu 34.** Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.		
(b)	Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ" bằng 2.		
(c)	Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn" bằng 4.		
(d)	Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn" bằng 5.		

» **Câu 35.** Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.		
(b)	Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.		
(c)	Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$.		



- (d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

» Câu 36. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	A và B là hai biến độc lập.		
(b)	Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.		
(c)	Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.		
(d)	Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.		

» Câu 37. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.		
(b)	Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.		
(c)	Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.		
(d)	Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.		

» Câu 38. Trong một cửa hàng có 18 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II, các bóng đèn có hình dạng và kích thước như nhau. Một người mua hàng lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 bóng đèn (lấy không hoàn lại) trong cửa hàng.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.		
(b)	Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.		
(c)	Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.		
(d)	Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.		

» Câu 39. Ông An hàng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt.



Gọi A là biến cố: “Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy”
và B là biến cố: “Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy”.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,7.		
(b)	Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3.		
(c)	Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4.		
(d)	Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là 0,36.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 40.** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Cho hai biến cố A : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 6” và B : “Con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm”. Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố A khi biến cố B xảy ra.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 41.** Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi đen và 2 viên bi trắng. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đen và 5 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A : “Viên bi lấy ra lần thứ nhất là bi đen”;

Và B : “Viên bi lấy ra lần thứ hai là bi trắng”.

Biết rằng biến cố A xảy ra, tính xác suất của biến cố B .

» **Điền đáp số:**

» **Câu 42.** Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 43.** Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 44.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 45.** Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau (làm tròn đến hàng phần trăm).

» **Điền đáp số:**



- » **Câu 46.** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố C : “Hai viên bi lấy ra khác màu”.

✎ **Điền đáp số:**

- » **Câu 47.** Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

✎ **Điền đáp số:**

- » **Câu 48.** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30m$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

✎ **Điền đáp số:**

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



Chương 06

Bài 2.

CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN - BAYES

A

Lý thuyết

1. Công thức xác suất toàn phần



Định nghĩa:

Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$, ta có:

$$\begin{aligned}P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) \\&= P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})\end{aligned}$$

2. Công thức Bayes



Định nghĩa:

Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}$$



Nhận xét

» Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$, do

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$$

Nên công thức Bayes còn có dạng:
$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}$$

TOÁN TỪ TÂM



KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công thức xác suất toàn phần: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

2. Công thức Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} \text{ hoặc } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$$

✓ **Chú ý 1:** Các công thức cần nhớ

- » $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
- » $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$
- » $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$
- » $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$

✓ **Chú ý 2:** Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm **nhiều giai đoạn** có sự **liên đới nhau** trong quá trình xảy ra.

TOÁN TỪ TÂM



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.



Phương pháp

» **Công thức xác suất toàn phần:** Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khi đó:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

▪ **Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.

» **Công thức Bayes:** Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

▪ **Chú ý:** Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.



Ví dụ 1.1.

Cho hai biến cố A và B với $0 < P(A) < 1$.

(1) Viết công thức xác suất toàn phần tính $P(B)$.

(2) Với $P(A) = 0,1$; $P(\bar{A}) = 0,9$; $P(B|A) = 0,3$; $P(B|\bar{A}) = 0,6$. Tính $P(B)$?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,2$; $P(A|B) = 0,5$; $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Tính $P(B|A)$?

Lời giải

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.3.

Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$

(1) Tính $P(A)$.

(2) Tính $P(B|A)$.

» Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





Dạng 2. Các bài toán liên quan đến công thức xác suất toàn phần.



Phương pháp

» **Công thức xác suất toàn phần:** Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khi đó:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

▪ **Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.



Ví dụ 2.1.

Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh nam nữ tại một trường phổ thông H. Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm đó.

gọi A là biến cố “học sinh được chọn biết chơi ít nhất một nhạc cụ”,

và B là biến cố “học sinh được chọn là nam”.

Biết xác suất học sinh được chọn là nam bằng 0,6; xác suất học sinh được chọn là nam và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,3; xác suất học sinh được chọn là nữ và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,15. Tính $P(A)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.2.

Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 53%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X lần lượt là 21% và 17%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Tính xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

» **Công thức Bayes:** Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

▪ **Chú ý:** Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

Một hộp có 4 viên bi, mỗi viên có thể là màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi trắng.

 Lời giải

TOÁN TỰ TÂM

Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

[illegible]

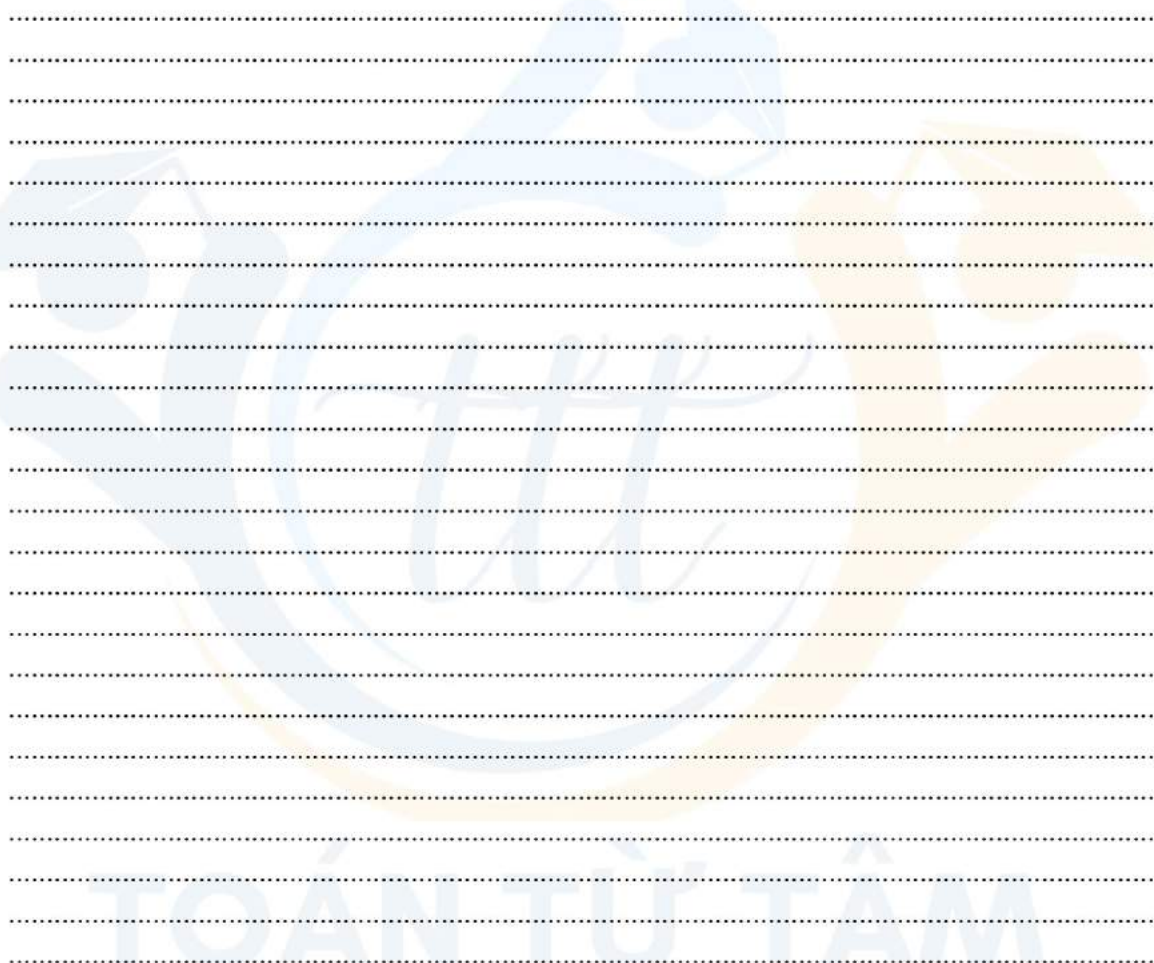
- (1) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?
- (2) Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.

TOÁN TỰ TẠM



Một trạm chỉ phát hai tín hiệu A và B với xác suất tương ứng $0,85$ và $0,15$. do có nhiễu trên đường truyền nên $\frac{1}{7}$ tín hiệu A bị méo và thu được như tín hiệu B còn $\frac{1}{8}$ tín hiệu B bị méo cả thu được như A .

-  **Lời giải**





Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(B) < 1$, xác suất của biến cố A được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$. **B.** $P(A) = P(B) \cdot P(B|A) + P(\bar{B}) \cdot P(B|\bar{A})$.
C. $P(A) = P(A) \cdot P(A|B) + P(\bar{A}) \cdot P(A|\bar{B})$. **D.** $P(A) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

» **Câu 2.** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(A) < 1$, xác suất của biến cố B được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(B) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$. **B.** $P(B) = P(B) \cdot P(B|A) + P(\bar{B}) \cdot P(B|\bar{A})$.
C. $P(B) = P(A) \cdot P(A|B) + P(\bar{A}) \cdot P(A|\bar{B})$. **D.** $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

» **Câu 3.** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. **B.** $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$.
C. $P(A|B) = \frac{P(B) \cdot P(B|A)}{P(A)}$. **D.** $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

» **Câu 4.** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(B|A) = \frac{P(A) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}$. **B.** $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$.
C. $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}$. **D.** $P(B|A) = \frac{P(A) \cdot P(A|B)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$.

» **Câu 5.** Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng

- A.** 0,5. **B.** 0,6. **C.** 0,8. **D.** 0,2.

» **Câu 6.** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,3$; $P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

- A.** 0,1875. **B.** 0,48. **C.** 0,333. **D.** 0,95.

» **Câu 7.** Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$ Khi đó, $P(A)$ bằng

- A.** 0,7. **B.** 0,4. **C.** 0,58. **D.** 0,52.

» **Câu 8.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng

- A.** $\frac{15}{35}$. **B.** $\frac{16}{35}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.



- » **Câu 9.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
A. 0,3. **B.** 0,03. **C.** 0,04. **D.** 0,4.
- » **Câu 10.** Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xác suất để khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng bằng
A. 0,7956. **B.** 0,7965. **C.** 0,9756. **D.** 0,9765.
- » **Câu 11.** Một hộp bút bi Thiên Long có 15 chiếc bút trong đó có 9 chiếc bút mới. Người ta lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút để sử dụng sau đó trả lại vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 chiếc bút, tính xác suất cả hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới.
A. $\frac{52}{175}$. **B.** $\frac{52}{177}$. **C.** $\frac{53}{175}$. **D.** $\frac{25}{175}$.
- » **Câu 12.** Một công ty du lịch bố trí chỗ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20%; 50%; 30%. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5%; 4%; 8%. Tính xác suất để một khách nghỉ ở phòng điều hòa bị hỏng.
A. $\frac{2}{500}$ **B.** $\frac{27}{500}$ **C.** $\frac{7}{500}$ **D.** $\frac{23}{500}$
- » **Câu 13.** Có 10 sinh viên thi Xác suất – Thống kê; trong đó có 2 sinh viên giỏi (trả lời 100% các câu hỏi), 3 sinh viên khá (trả lời 80% các câu hỏi), 5 sinh viên trung bình (trả lời 50% các câu hỏi). Gọi ngẫu nhiên một sinh viên vào thi và phát đề có 4 câu hỏi (được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu). Thấy sinh viên này trả lời được cả 4 câu, tính xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá? Xác suất gần bằng số nào sau đây
A. 0,336. **B.** 0,3344. **C.** 0,337. **D.** 0,335.
- » **Câu 14.** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên vi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên vi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên từ hộp thứ hai, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi màu đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi màu đỏ.
A. $\frac{8}{11}$ **B.** $\frac{7}{15}$ **C.** $\frac{8}{15}$ **D.** $\frac{7}{13}$
- » **Câu 15.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?
A. 0,4. **B.** 0,35. **C.** 0,5. **D.** 0,65.
- » **Câu 16.** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của



trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam

A. $\frac{207}{1230}$

B. $\frac{207}{1250}$

C. $\frac{10}{27}$

D. $\frac{10}{23}$

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 17.** Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ”, B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ”
Các khẳng định sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.		
(b)	Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A B) = \frac{7}{11}$.		
(c)	Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì $P(A \bar{B}) = \frac{7}{11}$.		
(d)	Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.		

» **Câu 18.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.		
(b)	Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.		
(c)	Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.		
(d)	Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.		

» **Câu 19.** Cho 2 lô sản phẩm. Lô I có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm lỗi. Lô II có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm lỗi. Lấy ngẫu nhiên 1 lô và từ lô này lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm.
Các khẳng định sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.		
(b)	Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.		



(c)	Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.		
(d)	Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.		

» Câu 20. Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.		
(b)	Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.		
(c)	Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.		
(d)	Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.		

» Câu 21. Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.		
(b)	Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.		
(c)	Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.		
(d)	Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.		

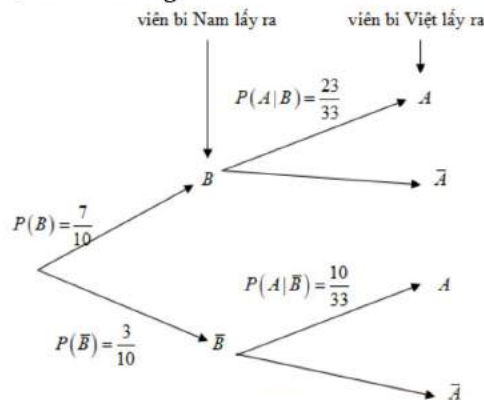
» Câu 22. Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.		



Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là

(b)



(c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

(d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 23.** Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Cho các khẳng định sau:

(1) $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$

(2) $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}$

(3) $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}$

(4) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$

(5) Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8, P(A|B) = 0,7, P(A|\bar{B}) = 0,45$. Khi đó $P(A) = 0,5$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định **đúng**?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 24.** Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

» **Điền đáp số:**

» **Câu 25.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

» **Điền đáp số:**



- » **Câu 26.** Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2*

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 27.** Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2*

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 28.** Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y . Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y . Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: *Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.*

Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên?

» **Điền đáp số:**

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



Chương 06

Bài 1.

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

A

Lý thuyết

1. Định nghĩa xác suất có điều kiện



Định nghĩa:

Cho hai biến cố A và B .

- » Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B .
- » Kí hiệu $P(A|B)$.

2. Công thức tính xác suất có điều kiện



Định nghĩa:

Cho hai biến cố A và B trong đó $P(B) > 0$ khi đó $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$



Chú ý

- » Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$
- » Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(A|B)$.
- » Cho A và B là hai biến cố với $P(B) > 0$. Khi đó, ta có: $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

Trong đó $n(A \cap B)$ là số các trường hợp thuận lợi của $(A \cap B)$;

$n(B)$ là số các trường hợp thuận lợi của B .

- » Nếu A và B là hai biến cố bất kì, với $P(B) > 0$ thì: $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$
- » Cho A và B là hai biến cố với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.
Khi đó, A và B là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi: $P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$ và
 $P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$
- » Nếu A và B là hai biến cố bất kì, với $P(B) > 0$ thì: $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$



KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Xác suất điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

2. Công thức nhân xác suất: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(B|A)$

✓ **Chú ý 1:** Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.

» $P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$

» $P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$

✓ **Chú ý 2:**

» $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

» $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$

» $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$

» $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(A)$

» Cách ghi $P(A \cap B)$ với $P(AB)$ hoàn toàn như nhau.

✓ **Chú ý 3:**

» Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.



Các dạng bài tập

Dạng 1. Tính xác suất có điều kiện không sử dụng công thức.



Phương pháp

Mô tả không gian mẫu

- » **Cách 1:** Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi đếm.
- » **Cách 2:** Sử dụng quy tắc đếm, hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để đếm số phần tử của không gian mẫu và biến cố.
- » Chú ý:
 1. $\overline{abc}$ chia hết cho 2 (hay là số chẵn) thì chữ số $c \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.
 2. $\overline{abc}$ chia hết cho 5 thì chữ số $c \in \{0; 5\}$.
 3. $\overline{abc}$ chia hết cho 3 thì chữ số $a+b+c$ chia hết cho 3.
 4. $\overline{abc}$ chia hết cho 9 thì chữ số $a+b+c$ chia hết cho 9.



Ví dụ 1.1.

Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy ngẫu nhiên ba chữ số và sắp xếp theo một thứ tự. Xét biến Số A : “Ba số lập thành một số chia hết cho 2”. Kết quả thuận lợi của biến cố A bằng?

Lời giải

Gọi số cần lập có dạng $n = \overline{abc}$.

Số n chia hết cho 2 nên c có 3 cách chọn.

Tương ứng với mỗi cách chọn chữ số cho c , sẽ có 5 cách chọn cho a .

Tương ứng với mỗi cách chọn chữ số cho $c; a$, sẽ có 4 cách chọn cho b .

Theo quy tắc nhân, có $3.5.4 = 60$ số.

Vậy kết quả thuận lợi cho biến cố A bằng 60.



Ví dụ 1.2.

Một nhóm các nhà khoa học gồm 4 nhà toán học nam; 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý học nam. Lấy ngẫu nhiên ba người. Xác suất trong ba người có cả nam và nữ, cả toán và lý bằng?

Lời giải

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^3$.

Gọi biến cố A : “ba người có cả nam và nữ, cả toán và lý”.

Ta có các trường hợp sau cho biến cố A

✓ **Trường hợp 1:** 1 nữ toán học; 1 nam toán học và 1 nam vật lý $\Rightarrow C_3^1.C_4^1.C_4^1 = 48$.



✓ **Trường hợp 2:** 1 nữ toán học; 0 nam toán học và 2 nam vật lí $\Rightarrow C_3^1 \cdot C_4^0 \cdot C_4^2 = 18$.

✓ **Trường hợp 3:** 2 nữ toán học; 0 nam toán học và 1 nam vật lí $\Rightarrow C_3^2 \cdot C_4^0 \cdot C_4^1 = 12$.

Theo qui tắc cộng thì $n(A) = 48 + 18 + 12 = 78$ cách.

Vậy xác suất của biến cố A bằng $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{78}{165}$.

➤ Dạng 2. Tính xác suất có điều kiện sử dụng công thức.



Phương pháp

Cho hai biến cố A và B .

Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của biến A với điều kiện B và kí hiệu là $P(A|B)$.

Cho hai biến cố A và B bất kỳ, với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.



Ví dụ 2.1.

Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

✎ Lời giải

Gọi A : “lần 1 bốc được bi trắng”

và B : “lần 2 bốc được bi đỏ”

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{8.9}{10.9} = \frac{4}{5}; \quad P(A \cap B) = \frac{8.2}{10.9} = \frac{8}{45}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}$$



Ví dụ 2.2.

Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

✎ Lời giải

Gọi A : “lấy viên bi thứ nhất là màu xanh”

và B : “lấy viên bi thứ hai là màu đỏ”,

Ta đi tính $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{3.4}{5.4} = \frac{3}{5}; \quad P(A \cap B) = \frac{3.2}{5.4} = \frac{3}{10}$$



$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$$



Ví dụ 2.3.

Một hộp có 30 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó, lần thứ 2 lấy ngẫu nhiên thêm một viên bi trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: “Lần thứ hai lấy được viên bi trắng”;

và B là biến cố: “Lần thứ nhất lấy được viên bi đen”.

Tính $P(A|B)$.

» Lời giải

$$n(\Omega) = 40.39.$$

Lần thứ nhất có 10 cách chọn một viên bi đen,

Lần thứ hai có 39 cách chọn từ 39 viên bi còn lại.

$$\text{Do đó } n(B) = 10.39 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}.$$

Lần thứ nhất có 10 cách chọn một viên bi đen,

Lần thứ hai có 30 cách chọn bi trắng từ 30 viên bi trắng.

$$\text{Do đó } n(AB) = 10.30 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{10.30}{10.39} = \frac{30}{39} = \frac{10}{13}.$$



Ví dụ 2.4.

Trong cơ quan có 100 người. Trong đó có 60 người gần cơ quan (trong đó có 40 người là nam), có tổng cộng 30 nữ nhân viên. Theo quy định của cơ quan thì người nào hoặc là nam hoặc gần cơ quan sẽ phải tham gia trực. Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên một người trong danh sách mà người đó lại là nữ trực cơ quan?

» Lời giải

Gọi A : “Người được chọn là nam”.

và B : “Người được chọn là người phải trực”.

$$\text{Ta có: } \bar{A}: \text{“Người được chọn là nữ”} \Rightarrow n(\bar{A}) = 30 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}.$$

$$\bar{B}\bar{A}: \text{“Người được chọn là nữ gần cơ quan”} \Rightarrow n(\bar{B}\bar{A}) = 20 \Rightarrow P(\bar{B}\bar{A}) = \frac{n(\bar{B}\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{2}{10}.$$

Xác suất người được chọn là nữ và là người trực cơ quan là:



$$P(B|\overline{A}) = \frac{P(B\overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}.$$



Ví dụ 2.5.

Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

Lời giải

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng:

(trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A: “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”

và B: “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$



Ví dụ 2.6.

Ba khẩu súng độc lập bắn vào một mục tiêu. Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng bằng 0,7, để khẩu thứ hai bắn trúng bằng 0,8, để khẩu thứ ba bắn trúng bằng 0,5. Mỗi khẩu bắn 1 viên. Tính xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng biết rằng chỉ có 2 viên trúng mục tiêu.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố khẩu thứ nhất bắn trúng ($i = 1, 2, 3$)

Gọi B là biến cố có đúng hai khẩu bắn trúng.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P(B) &= P(A_1 A_2 \overline{A_3} \cup A_1 \overline{A_2} A_3 \cup \overline{A_1} A_2 A_3) = P(A_1 A_2 \overline{A_3}) + P(A_1 \overline{A_2} A_3) + P(\overline{A_1} A_2 A_3) \\ &= P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3}) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3) + P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3) \\ &= 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,5 + 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 0,47. \end{aligned}$$

Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng khi chỉ có 2 viên trúng mục tiêu:

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1 B)}{P(B)} = \frac{P(A_1 A_2 \overline{A_3} \cup A_1 \overline{A_2} A_3)}{P(B)} = \frac{0,35}{0,47} = \frac{35}{47}.$$





Dạng 3. Tính xác suất có điều kiện sử dụng sơ đồ hình cây.

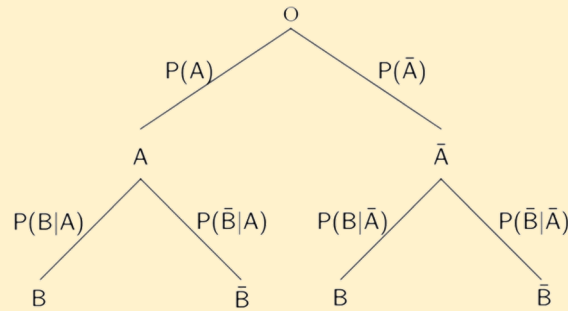


Phương pháp

Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (hình bên dưới) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.

Tính $P(A \cap B)$ bằng xác suất của lộ trình $(O - A - B)$

Tính $P(B)$ bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là $(O - A - B)$ và $(O - \bar{A} - B)$.



Ví dụ 3.1.

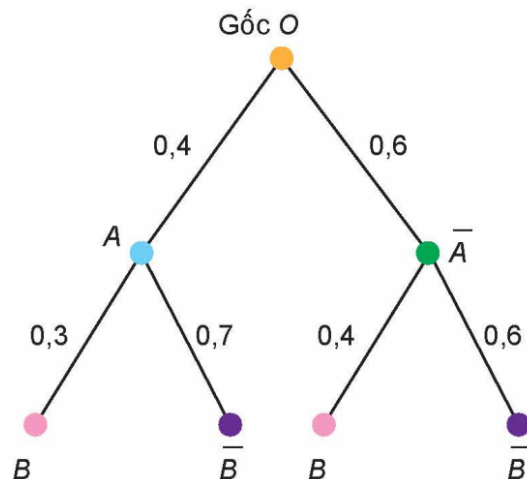
Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy

Lời giải

Kí hiệu A là biến cố: "Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy";

Và B là biến cố: "Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy".

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Trên nhánh cây OA và $O\bar{A}$ tương ứng ghi $P(A)$ và $P(\bar{A})$;

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|A)$ và $P(\bar{B}|A)$;

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|\bar{A})$ và $P(\bar{B}|\bar{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $O\bar{A}B$.



Vậy: $P(B) = 0,4.0,3 + 0,6.0,4 = 0,36$.



Ví dụ 3.2.

Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên

- » Nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,99 được đóng dấu OTK;
- » Nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,95 không được đóng dấu OTK.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này trên thị trường. Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

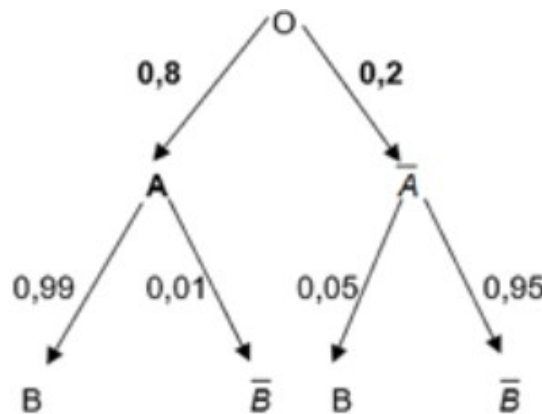
Lời giải

Với A là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn đạt tiêu chuẩn”;

Và B là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn được đóng dấu OTK”.

Khi đó, $\bar{B}$ là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK”.

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Có hai nhánh cây đi tới $\bar{B}$ là OAB và $O\bar{A}\bar{B}$.

Vậy: $P(\bar{B}) = 0,8.0,01 + 0,2.0,95 = 0,198$.



Chương 06

Bài 1.

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A: "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B: "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Xác định biến cố $C = B | A$: "biến cố B với điều kiện biết A đã xảy ra".

A. $B | A = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$

B. $B | A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

C. $B | A = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3), (4,1), (4,3)\}$

D. $B | A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

» **Lời giải**

Chọn A

• $A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$.

• $B = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3), (4,1), (4,3)\}$.

Khi biến cố B xảy ra, thì không gian mẫu mới là B. Khi đó, biến cố

$C = B | A = A \cap B = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$.

» **Câu 2.** Một con xúc xắc cân đối, đánh số từ 1 đến 6, được gieo 2 lần liên tiếp. Xét các biến cố:

A: "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn",

B: "Số chấm ở lần gieo thứ nhất là số lẻ",

Xác định biến cố A khi biết B đã xảy ra.

A. $A | B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

B. $A | B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5),$
 $(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

C. $A | B = \{(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

D. $A | B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

» **Lời giải**

Chọn A

Khi B đã xảy ra, nghĩa là lần gieo đầu tiên ra số lẻ (1, 3 hoặc 5).

Do đó, không gian mẫu mới là

$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),$



$$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\}$$

Khi đó, biến cố A khi biết B đã xảy ra là

$$A|B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

- » **Câu 3.** Một hộp chứa 5 quả bóng: 2 quả màu đỏ (đánh số 1 và 2), 2 quả màu xanh (đánh số 3 và 4) và 1 quả màu vàng (đánh số 5). Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng liên tiếp không hoàn lại. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra đầu tiên có màu đỏ"

B : "Tổng số của hai quả bóng lấy ra là số lẻ"

Xác định $B|A$ là biến cố B khi biết A đã xảy ra.

A. $B|A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,5)\}.$

B. $B|A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3)\}.$

C. $B|A = \{(1,3), (1,5), (2,3), (2,5)\}.$

D. $B|A = \{(1,3), (1,5), (2,1), (2,3), (2,5)\}.$

» **Lời giải**

Chọn A

Khi A đã xảy ra, nghĩa là quả bóng đầu tiên lấy ra có màu đỏ (số 1 hoặc 2). Do đó, không gian mẫu mới là $\Omega' = A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,3), (2,4), (2,5)\}.$

Biến cố B khi biết A đã xảy ra là $B|A = A \cap B = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,5)\}.$

- » **Câu 4.** Trong một kỳ thi, có 60% học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên và 40% học sinh đã làm đúng bài toán thứ hai. Biết rằng có 20% học sinh làm đúng cả hai bài toán. Xác suất để một học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đó đã làm đúng bài toán đầu tiên là bao nhiêu?

A. 0,5

B. 0,333

C. 0,2

D. 0,667

» **Lời giải**

Chọn B

A : "học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên", thì $P(A) = 60\% = 0,6.$

B : "học sinh đã làm đúng bài toán thứ hai", thì $P(B) = 40\% = 0,4.$

$A \cap B$: "học sinh làm đúng cả hai bài toán", thì $P(A \cap B) = 20\% = 0,2.$

Xác suất để một học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đó đã làm đúng

bài toán đầu tiên là $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3} \approx 0,333.$

- » **Câu 5.** Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B : "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Tính xác suất có điều kiện $P(B|A).$

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

» **Lời giải**



Chọn C

Xác định không gian mẫu Ω và các biến cố.

$$\Omega = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$$

$$A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$$

$$B = \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (1,3), (2,3), (3,3), (4,3)\}$$

$$A \cap B = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$$

Ta có $n(\Omega) = 12$.

$$n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; \quad n(A \cap B) = 4 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

» **Câu 6.** Một lô sản phẩm có 30 sản phẩm, trong đó có 4 chất lượng thấp. Lấy liên tiếp hai sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp.

A. $\frac{3}{29}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{4}{30}$.

D. $\frac{2}{15}$.

» **Lời giải**

Chọn A

Gọi A: "Sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất có chất lượng thấp",

Và B: "Sản phẩm lấy ra ở lần thứ hai có chất lượng thấp".

Khi đó, xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp chính là $P(B|A)$.

$$\text{Từ bài ra ta có: } n(\Omega) = 30 \cdot 29 = 870; n(B) = 4 \cdot 29 = 116 \Rightarrow P(B) = \frac{116}{870} = \frac{2}{15}$$

$$n(AB) = 4 \cdot 3 = 12 \Rightarrow P(AB) = \frac{12}{870} = \frac{2}{145}.$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{2}{145} : \frac{2}{15} = \frac{3}{29}.$$

» **Câu 7.** Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,3$. Tính $P(\overline{AB})$.

A. 0,18.

B. 0,42.

C. 0,24.

D. 0,02.

» **Lời giải**

Chọn B

Theo công thức tính xác suất có điều kiện ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(AB) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18.$$

Vì $\overline{AB}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất, ta có: $P(\overline{AB}) + P(AB) = P(B) \Rightarrow P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,6 - 0,18 = 0,42$.



» **Câu 8.** Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A|B)$.

- A.** 0,7976. **B.** 0,7975. **C.** 0,2025. **D.** 0,2024.

» *Lời giải*

Chọn D

A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B) = P(A) = 0,2024$

» **Câu 9.** Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(B|\bar{A})$.

- A.** 0,7976. **B.** 0,7975. **C.** 0,2025. **D.** 0,2024.

» *Lời giải*

Chọn C

$\bar{A}$ và B là hai biến cố độc lập nên: $P(B|\bar{A}) = P(B) = 0,2025$

» **Câu 10.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$.

- A.** $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{6}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

» *Lời giải*

Chọn A

$$\text{Ta có: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$$

» **Câu 11.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\bar{B}|A)$.

- A.** $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{6}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

» *Lời giải*

Chọn B

$$\text{Ta có: } P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,3}{0,6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

» **Câu 12.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

- A.** $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

» *Lời giải*

Chọn C

Cách 1:

$$\text{Ta có: } P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B).$$

$$\text{Mà } P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,3}{0,7} = \frac{4}{7}$$

$$\text{Do đó } P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B) = \frac{4}{7} \cdot 0,7 = 0,4 = \frac{2}{5}$$

$$\text{Cách 2: } P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,3 = \frac{2}{5}$$

» **Câu 13.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(\bar{A} \cap B)$.



A. 0,25.

B. 0,4.

C. 0,3.

D. 0,35.

✎ *Lời giải*

Chọn B

Ta có: $P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0,8 - 0,55 = 0,25$

Và $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,65 - 0,25 = 0,4$

» **Câu 14.** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

A. $\frac{2}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{5}{6}$.

✎ *Lời giải*

Chọn C

Gọi A là biến cố “con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm”

Gọi B là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 6”.

Khi con xúc xắc thứ nhất đã xuất hiện mặt 4 chấm thì lần thứ hai xuất hiện 2 chấm thì tổng hai lần xuất hiện là 6 chấm thì $P(B|A) = \frac{1}{6}$

» **Câu 15.** Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

✎ *Lời giải*

Chọn A

Gọi A là biến cố “viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Ta đi tính $P(B|A)$ với $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Không gian mẫu $n(\Omega) = 10.9$ cách chọn

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 9 viên còn lại có cách 9 chọn, do đó $P(A) = \frac{7.9}{10.9} = \frac{7}{10}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu đỏ trong 6 viên bi còn lại có 6 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{7.6}{10.9} = \frac{7}{15}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất

cũng là màu đỏ là $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{15}}{\frac{7}{10}} = \frac{2}{3}$

Cách 2:

Sau khi biết viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ.

Khi đó trong hộp còn lại 9 viên: gồm 3 viên bi màu trắng và 6 viên bi màu đỏ.



Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng màu đỏ là $P(B|A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

» **Câu 16.** Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng là:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

🔗 **Lời giải**

Chọn C

Cách 1:

Gọi C : “viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng”.
và D : “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Ta đi tính $P(D|C)$ với $P(D|C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu trắng có 3 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 9 viên còn lại có 9 cách chọn, do đó $P(C) = \frac{3 \cdot 9}{10 \cdot 9} = \frac{3}{10}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu trắng có 3 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{3 \cdot 7}{10 \cdot 9} = \frac{7}{30}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu trắng nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là $P(D|C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{\frac{7}{30}}{\frac{3}{10}} = \frac{7}{9}$

Cách 2:

Giả sử viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng.

Khi đó trong hộp còn lại 9 viên, gồm 2 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất màu trắng là $P(B|A) = \frac{7}{9}$

» **Câu 17.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(A \cap B)$.

- A. 0,25. B. 0,1. C. 0,15. D. 0,35.

🔗 **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0,8 - 0,55 = 0,25$

» **Câu 18.** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7.

(a) Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

- A. 0,28. B. 0,7. C. 0,46. D. 0,18.

(b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

- A. 0,6. B. 0,7. C. 0,46. D. 0,3.

(c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.



A. 0,4.

B. 0,7.

C. 0,28.

D. 0,6.

🔗 **Lời giải**

(a) Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

Chọn C

Gọi A là biến cố "thắng thầu dự án 1"

Gọi B là biến cố "thắng thầu dự án 2"

theo đề bài $P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4; P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3$ với 2 biến cố A, B độc lập

Gọi C là biến cố "thắng thầu đúng 1 dự án"

$$P(C) = P(A \cap \bar{B} + \bar{A} \cap B) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B)$$

$$= 0,6 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,7 = 0,46$$

(b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

Chọn B

Gọi D là biến cố "thắng thầu dự án thứ 2 biết thắng thầu dự án 1"

do A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(D) = P(B | A) = P(B) = 0,7$

(c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

Chọn B

Gọi E là biến cố "thắng thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1"

do A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(E) = P(B | \bar{A}) = P(B) = 0,7$

» **Câu 19.** Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của Vietcombank nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV.

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{4}{9}$.

🔗 **Lời giải**

Chọn D

Gọi A là biến cố "lần thứ hai lấy được thẻ ATM Vietcombank",

B là biến cố "lần thứ nhất lấy được thẻ ATM của BIDV".

Ta cần tìm $P(A | B)$

Sau khi lấy lần thứ nhất (biến cố B đã xảy ra) trong hộp còn lại 9 thẻ (trong đó 4 thẻ Vietcombank) nên $P(A | B) = \frac{4}{9}$

» **Câu 20.** Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{9}{16}$.

C. $\frac{9}{17}$.

D. $\frac{21}{80}$.

🔗 **Lời giải**

Chọn A

Gọi A là biến cố "lần thứ nhất lấy được bi màu đỏ".

Gọi B là biến cố "lần thứ hai lấy được bi màu xanh".

Ta cần tìm $P(B | A)$

Không gian mẫu $n(\Omega) = 16 \cdot 15$ cách chọn



Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi rong 15 bi còn lại có 15 cách chọn, do đó $P(A) = \frac{7 \cdot 15}{16 \cdot 15} = \frac{7}{16}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh có 9 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{7 \cdot 9}{16 \cdot 15} = \frac{21}{80}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu xanh nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ là $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{21}{80}}{\frac{7}{16}} = \frac{3}{5}$

» **Câu 21.** Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.

🔗 **Lời giải**

Chọn C

Gọi A là biến cố “nắp khoen đầu trúng thưởng”

Gọi B là biến cố “nắp khoen thứ hai trúng thưởng”.

Ta đi tính $P(A \cap B)$

Khi bạn rút thăm lần đầu thì trong hộp có 20 nắp trong đó có 2 nắp trúng do đó

$$P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

Khi biến cố A đã xảy ra thì còn lại 19 nắp trong đó có 1 nắp trúng thưởng, do đó:

$$P(B|A) = \frac{1}{19}$$

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{190}$$

» **Câu 22.** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

- A. $\frac{95}{98}$. B. $\frac{931}{1000}$. C. $\frac{95}{100}$. D. $\frac{98}{100}$.

🔗 **Lời giải**

Chọn B

Gọi A là biến cố “qua được lần kiểm tra đầu tiên” $\Rightarrow P(A) = 0,98$

Gọi B là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ 2” $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A \cap B)$



$$\text{ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,98 = \frac{931}{1000}$$

» **Câu 23.** Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{11}{23}$.

C. $\frac{12}{23}$.

D. $\frac{11}{19}$.

» **Lời giải**

Chọn A

Gọi A là biến cố “gọi được sinh viên nữ”

Gọi B là biến cố “gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê”,

Ta đi tính $P(B|A)$

$$\text{ta có: } n(A) = \frac{55}{95}; n(A \cap B) = \frac{11}{95}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{11}{95} : \frac{55}{95} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$$

» **Câu 24.** Một nhóm học sinh có 30 học sinh, trong đó có 16 em học khá môn Toán, 25 em học khá môn Hóa học, 12 em học khá cả hai môn Toán và Hóa học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó học khá môn Toán biết rằng học sinh đó học khá môn Hóa học.

A. 0,53.

B. 0,75.

C. 0,48.

D. 0,84.

» **Lời giải**

Chọn C

Gọi A: “Học sinh đó học khá môn Toán”,

Và B: “Học sinh đó học khá môn Hóa học”.

$$\text{Từ bài ra ta có } P(A) = \frac{16}{30}, P(B) = \frac{25}{30}; P(AB) = \frac{12}{30}.$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{12}{25} = 0,48.$$

» **Câu 25.** Giả sử trong một nhóm người có 91% người là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là 85%, nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có phản ứng dương tính là 7%. Tính xác suất để người được chọn ra không nhiễm bệnh và không có phản ứng dương tính.

A. 0,93.

B. 0,0637.

C. 0,8463.

D. 0,7735.

» **Lời giải**

Chọn C

Gọi A: “Người được chọn ra không nhiễm bệnh”.

Và B: “Người được chọn ra có phản ứng dương tính”

$$\text{Theo bài ta có: } P(A) = 0,91; P(B|A) = 0,07; P(B|\bar{A}) = 0,85$$

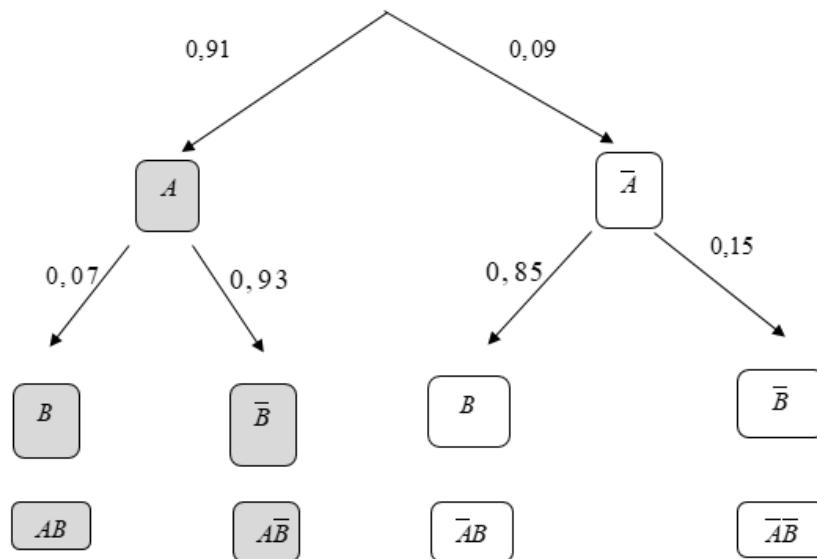
Do đó:



$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,91 = 0,09; P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 0,07 = 0,93$$

$$P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - P(B | \bar{A}) = 1 - 0,85 = 0,15$$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Vậy: $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,91 \cdot 0,93 = 0,8463$.

» **Câu 26.** Một học sinh làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất học sinh đó làm đúng cả hai bài?

A. 0,56.

B. 0,14.

C. 0,16.

D. 0,65.

🔗 **Lời giải**

Chọn A

Gọi A : “Làm đúng bài thứ nhất”.

Và B : “Làm đúng bài thứ hai”

Khi đó biến cố: “làm đúng cả hai bài” là AB

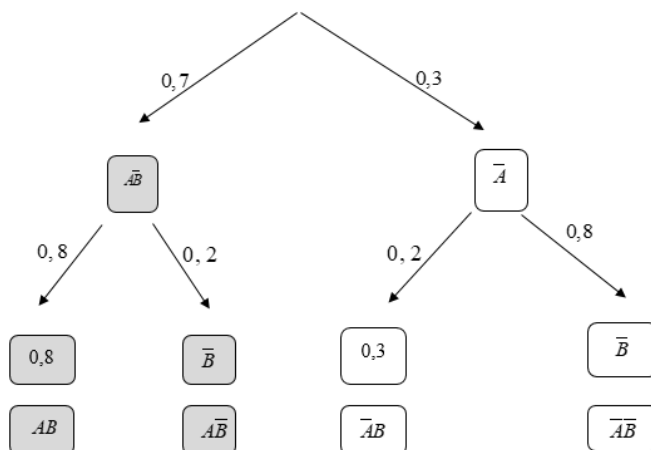
Theo bài ta có: $P(A) = 0,7; P(B | A) = 0,8; P(B | \bar{A}) = 0,2$

Do đó:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3; P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - P(B | \bar{A}) = 1 - 0,2 = 0,8$$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Vậy: $P(AB) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

- » **Câu 27.** Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Không gian mẫu rút lần lượt 2 thẻ biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV là

A. 54. **B.** 90. **C.** 100. **D.** 50.

» **Lời giải**

Chọn A

Không gian mẫu rút lần lượt 2 thẻ biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV là $n(\Omega) = 6 \cdot 5 = 30$.

- » **Câu 28.** Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{19}$. **C.** $\frac{1}{190}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

» **Lời giải**

Chọn C

Gọi A : “Bạn Minh Hiền rút thăm lần lượt hai nắp khoen mà cả hai nắp đều trúng thưởng”

Không gian mẫu $n(\Omega) = 20 \cdot 19 = 380$.

Số cách thỏa mãn biến cố A là $n(A) = 2 \cdot 1 = 2$.

Xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{2}{380} = \frac{1}{190}$.

- » **Câu 29.** Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

» **Lời giải**

Chọn B

Gọi A : “lấy viên bi thứ nhất là màu xanh”.

Và B : “lấy viên bi thứ hai là màu đỏ”.

Ta có: $P(A) = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{3}{5}$; $P(A \cap B) = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 4} = \frac{3}{10}$.



$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}.$$

» **Câu 30.** Danh sách một lớp đại học Quốc Gia có 95 sinh viên gồm 40 nam và 55 nữ. Có 23 sinh viên quốc tịch nước ngoài (trong đó có 12 nam và 11 nữ), số sinh viên còn lại có quốc tịch Việt Nam. Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp đó lên bảng. Tính xác suất sinh viên gọi tên có quốc tịch nước ngoài, biết rằng sinh viên đó là nữ?

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{11}{23}$.

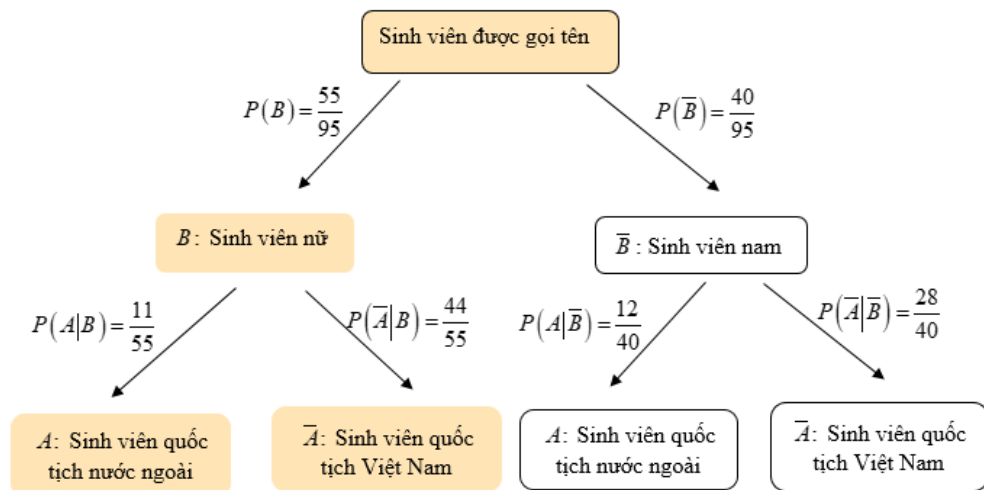
C. $\frac{12}{23}$.

D. $\frac{11}{19}$.

» **Lời giải**

Chọn A

Gọi A : "sinh viên được gọi tên có quốc tịch nước ngoài",
Và B : "sinh viên được gọi tên là nữ"



$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$$

» **Câu 31.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 10, biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm.

A. $\frac{6}{11}$.

B. $\frac{4}{11}$.

C. $\frac{5}{11}$.

D. $\frac{3}{11}$.

» **Lời giải**

Chọn D

Gọi A : "ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm".

Và B : "tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10".

Ta có:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}.$$

Biến cố B có các trường hợp $(4;6), (6;4), (5;5), (5;6), (6;5), (6;6)$.

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $(5;5), (5;6), (6;5)$ có xác suất là: $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$.



$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11}.$$

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 32.** Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,7$, $P(\bar{B}) = 0,6$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A B) = 0,6$		
(b)	$P(B \bar{A}) = 0,4$		
(c)	$P(\bar{B} \bar{A}) = 0,4$		
(d)	$P(\bar{B} \bar{A}) = 0,6$		

» **Lời giải**

$$P(A) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P(\bar{B}) = 0,6 \Rightarrow P(B) = 1 - 0,6 = 0,4.$$

Do A và B độc lập nên A và $\bar{B}$ độc lập, B và $\bar{A}$ độc lập, $\bar{B}$ và $\bar{A}$ độc lập.

(a) $P(A|B) = 0,6$

A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B) = P(A) = 0,7 \neq 0,6$

» **Chọn SAI.**

(b) $P(B|\bar{A}) = 0,4$

$\bar{A}$ và B là hai biến cố độc lập nên: $P(B|\bar{A}) = P(B) = 0,4$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,4$

$\bar{A}$ và $\bar{B}$ là hai biến cố độc lập nên: $P(\bar{B}|\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,6$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$

$\bar{A}$ và $\bar{B}$ là hai biến cố độc lập nên: $P(\bar{B}|\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,6$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 33.** Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.		
(b)	$P(A B) = \frac{1}{2}$		
(c)	$P(\bar{B} A) = \frac{2}{3}$		
(d)	$P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$		

» **Lời giải**

(a) $P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.



Ta có:

$$P(\bar{A}) = 0,4 \Rightarrow P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $P(A|B) = \frac{1}{2}$

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $P(\bar{B}|A) = \frac{2}{3}$

Ta có: $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,4}{0,6} = \frac{1}{3}$

» **Chọn SAI.**

(d) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$

Cách 1:

Ta có: $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B).$

Mà $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$

Do đó $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot 0,8 = \frac{2}{5}$

Cách 2: $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,8 - 0,4 = \frac{2}{5}$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 34.** Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.		
(b)	Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.		
(c)	Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.		
(d)	Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.		

» **Lời giải**

(a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.

Không gian mẫu của phép thử:

$$\Omega = \{(1;2);(1;3);(1;4);(2;1);(2;3);(2;4);(3;1);(3;2);(3;4);(4;1);(4;2);(4;3)\}$$



Vậy $n(\Omega) = 12$.

» **Chọn SAI.**

(b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.

Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” gồm: $(1;3);(3;1)$. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.

Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;1);(4;1);(2;3);(4;3)$.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;3);(2;4);(4;2);(4;3)$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 35.** Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.		
(b)	Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.		
(c)	Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$.		
(d)	Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.		

» **Lời giải**

Gọi A: “Học sinh được chọn giỏi môn Toán”

và B: “Học sinh được chọn giỏi môn Văn”

Gọi C: “Học sinh được chọn không giỏi môn Toán”

và D: “Học sinh được chọn không giỏi môn Văn”

Số học sinh giỏi cả 2 môn là: $23 + 20 - 35 = 8$

(a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.



Trong số 23 học sinh giỏi Toán, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Văn nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn là:

$$P(A|B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.

Trong số 20 học sinh giỏi Văn, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Toán nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán là:

$$P(B|A) = \frac{8}{23}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$

Trong số 20 học sinh giỏi Văn, có đúng 8 học sinh giỏi cả Văn và Toán, nên số học sinh giỏi Văn mà không giỏi Toán là 12.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" là:

$$P(C|B) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

» **Chọn SAI.**

(d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

Trong số 23 học sinh giỏi Toán, có đúng 8 học sinh giỏi cả Toán và Văn nên số học sinh không giỏi Văn mà giỏi Toán là $23 - 8 = 15$.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" là

$$P(D|A) = \frac{15}{23}$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 36.** Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	A và B là hai biến độc lập.		
(b)	Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.		
(c)	Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.		
(d)	Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.		

» **Lời giải**

(a) A và B là hai biến độc lập.

Đề bài: $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$



$$P(A \cap B) = 0,4$$

$$a) A, B \text{ độc lập} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

mà $0,4 \neq 0,5 \cdot 0,6$ nên A, B không độc lập

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.

Gọi C là biến cố "thắng thầu đúng 1 dự án"

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2 \cdot 0,4 = 0,3 \end{aligned}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

Gọi D là biến cố "thắng dự 2 biết thắng dự án 1"

$$P(D) = P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$$

» **Chọn SAI.**

(d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

Gọi E là biến cố "thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1"

$$P(E) = P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 37.** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.		
(b)	Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.		
(c)	Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.		
(d)	Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.		

» **Lời giải**

Gọi A là biến cố "Học sinh được gọi lên bảng tên là Hiền"

Gọi B là biến cố "Học sinh được chọn mang giới tính nữ".

(a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

$$\text{Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: } P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**



(b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{17}{30}, P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

» **Chọn SAI.**

(c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.

Gọi C là biến cố "Học sinh được chọn mang giới tính nam".

Xác suất thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$

$$\text{Ta có: } P(C) = \frac{13}{30}, P(A \cap C) = \frac{2}{30}. \text{ Do đó: } P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$

Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 38.** Trong một cửa hàng có 18 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II, các bóng đèn có hình dạng và kích thước như nhau. Một người mua hàng lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 bóng đèn (lấy không hoàn lại) trong cửa hàng.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.		
(b)	Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.		
(c)	Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.		
(d)	Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.		

» **Lời giải**



Xét các biến cố:

A: "Lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II";

B: "Lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II".

(a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.

Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là: $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

» **Chọn SAI.**

(b) Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.

Sau khi lấy 1 bóng đèn loại II thì chỉ còn 1 bóng đèn loại II trong hộp.

Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $P(B|A) = \frac{1}{19}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.

Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là:

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.

Vậy để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là: $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 39.** Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt.

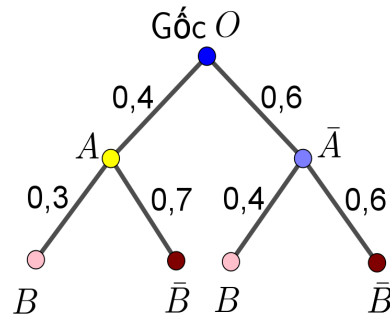
Gọi A là biến cố: "Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy"

và B là biến cố: "Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy".

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,7.		
(b)	Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3.		
(c)	Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4.		
(d)	Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là 0,36.		

» **Lời giải**

Từ giả thiết của bài toán ta có sơ đồ hình cây như sau:



(a) Xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,7.

Dựa vào sơ đồ cây ta có xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,6 (nhánh $\overline{OA}$)

» **Chọn SAI.**

(b) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3.

Dựa vào sơ đồ cây ta có xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3 (nhánh AB)

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4

Dựa vào sơ đồ cây ta có xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4 (nhánh $\overline{AB}$)

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là 0,36

Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là

$$P(B) = 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,36 \text{ (nhánh } OAB \text{ và nhánh } O\overline{A}B \text{)}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 40.** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Cho hai biến cố A: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 6" và B: "Con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm". Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố A khi biến cố B xảy ra.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

Tập hợp các kết quả làm cho biến cố B xảy ra là: $B = \{(4;1);(4;2);(4;3);(4;4);(4;5);(4;6)\}$

Trong 6 kết quả đồng khả năng xảy ra này thì có 4 kết quả $(4;3);(4;4);(4;5);(4;6)$ là thuận lợi cho biến cố A.

» **Câu 41.** Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi đen và 2 viên bi trắng. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đen và 5 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A: "Viên bi lấy ra lần thứ nhất là bi đen";

Và B: "Viên bi lấy ra lần thứ hai là bi trắng".

Biết rằng biến cố A xảy ra, tính xác suất của biến cố B.



Lời giải

✓ **Trả lời: 0,5**

Nếu biến cố A xảy ra thì bạn An lấy viên bi đen từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai. Khi đó hộp thứ hai có 5 viên bi đen và 5 viên bi trắng.

Do đó, xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{1}{2} = 0,5$.

» **Câu 42.** Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. *Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.*

Lời giải

✓ **Trả lời: 0,41**

Gọi A: "Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất",

và B: "Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai".

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} \approx 0,41$

» **Câu 43.** Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó. *Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.*

Lời giải

✓ **Trả lời: 0,29**

Gọi A: "rút ra được câu hỏi lý thuyết"

và B: "rút ra được câu khó"

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

Ta có:

$$P(A) = \frac{13}{40}$$

$$P(B) = \frac{17}{40}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{40}$$



$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17} \approx 0,29$$

» **Câu 44.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm. *Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.*

Lời giải

✓ **Trả lời: 0,27**

Gọi A: “ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm”

và B: “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10”

Ta có:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$

Biến cố B có các trường hợp $\{(4;6), (6;4), (5;5), (5;6), (6;5), (6;6)\}$

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $\{(5;5), (5;6), (6;5)\}$ có xác suất là: $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11} \approx 0,27$$

» **Câu 45.** Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

✓ **Trả lời: 0,33**

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng:

(trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A là biến cố “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”;

B là biến cố “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”.

$$P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}.$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}.$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

» **Câu 46.** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố C: “Hai viên bi lấy ra khác màu”.



Lời giải

✓ **Trả lời: 0,46**

Gọi A là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh”

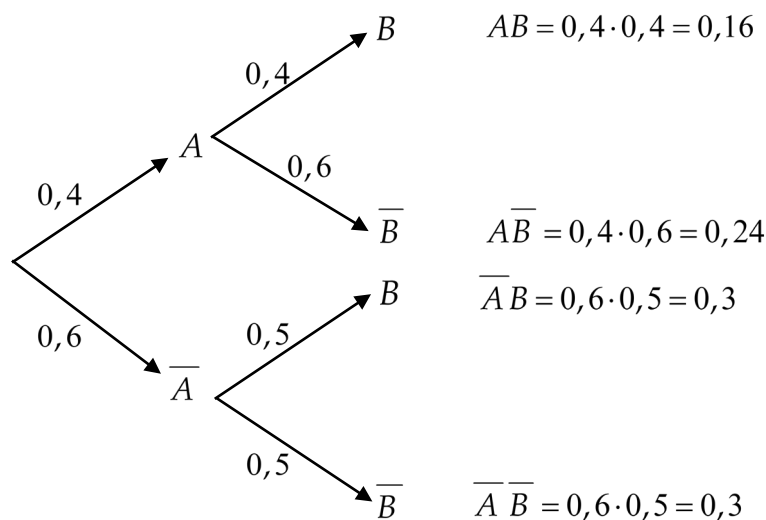
Gọi B là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ”

Ta có: $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$

$$P(B|A) = \frac{4}{10} = 0,4; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{5}{10} = 0,5; P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$$

Ta có sơ đồ cây



Dựa vào sơ đồ cây, ta có $P(C) = P(AB) + P(\bar{A}B) = 0,16 + 0,3 = 0,46$.

» **Câu 47.** Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

✓ **Trả lời: 10**

Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).



Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

» **Câu 48.** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30m$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,75**

Gọi A là biến cố "Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ nhất"

Gọi B là biến cố "Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ hai"

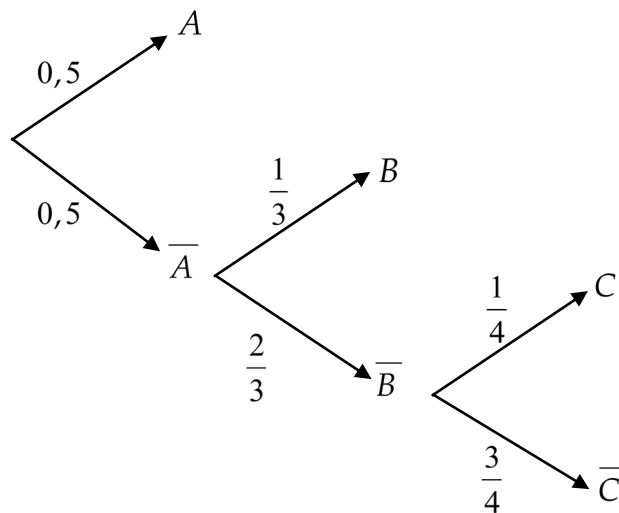
Gọi C là biến cố "Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ ba"

Ta có: $P(A) = 0,5$

Vì xác suất bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn nên ta có

$$P(B|\bar{A}) = \frac{20 \cdot 0,5}{30} = \frac{1}{3}; \quad P(C|\bar{A} \cdot \bar{B}) = \frac{20 \cdot 0,5}{40} = \frac{1}{4}$$

Ta có sơ đồ cây



Xác suất để người thợ săn bắn được thỏ là

$$P(A) + P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}C) = 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} + 0,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = 0,75.$$



Chương 06

Bài 2.

CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN - BAYES



Lý thuyết

1. Công thức xác suất toàn phần



Định nghĩa:

Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$, ta có:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) \\ &= P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) \end{aligned}$$

2. Công thức Bayes



Định nghĩa:

Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}$$



Nhận xét

» Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$, do

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$$

Nên công thức Bayes còn có dạng:
$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}$$



KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công thức xác suất toàn phần: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

2. Công thức Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} \text{ hoặc } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$$

✓ **Chú ý 1:** Các công thức cần nhớ

» $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

» $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$

» $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$

» $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$

✓ **Chú ý 2:** Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm **nhiều giai đoạn** có sự **liên đới nhau** trong quá trình xảy ra.



Các dạng bài tập

Dạng 1. Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.



Phương pháp

» **Công thức xác suất toàn phần:** Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khi đó:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

▪ **Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.

» **Công thức Bayes:** Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

▪ **Chú ý:** Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.



Ví dụ 1.1.

Cho hai biến cố A và B với $0 < P(A) < 1$.

(1) Viết công thức xác suất toàn phần tính $P(B)$.

(2) Với $P(A) = 0,1$; $P(\bar{A}) = 0,9$; $P(B|A) = 0,3$; $P(B|\bar{A}) = 0,6$. Tính $P(B)$?

» **Lời giải**

(1) Viết công thức xác suất toàn phần tính $P(B)$.

$$\text{Ta có: } P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}).$$

(2) Với $P(A) = 0,1$; $P(\bar{A}) = 0,9$; $P(B|A) = 0,3$; $P(B|\bar{A}) = 0,6$. Tính $P(B)$?

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,1 \cdot 0,3 + 0,9 \cdot 0,6 = 0,57.$$



Ví dụ 1.2.

Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,2$; $P(A|B) = 0,5$; $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Tính $P(B|A)$?

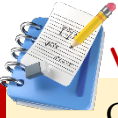
» **Lời giải**

$$\text{Ta có } P(B) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,2 = 0,8.$$

Áp dụng công thức Bayes:



$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} = \frac{0,2 \cdot 0,5}{0,2 \cdot 0,5 + 0,8 \cdot 0,4} = \frac{5}{21} \approx 0,238.$$



Ví dụ 1.3.

Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$

(1) Tính $P(A)$.

(2) Tính $P(B|A)$.

Lời giải

(1) Tính $P(A)$.

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$$

Công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,45 = 0,65$$

(2) Tính $P(B|A)$.

$$\text{Công thức Bayes } P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,65} = \frac{56}{65}$$



Dạng 2. Các bài toán liên quan đến công thức xác suất toàn phần.



Phương pháp

» **Công thức xác suất toàn phần:** Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khi đó:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

▪ **Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.



Ví dụ 2.1.

Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh nam nữ tại một trường phổ thông H. Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm đó.

gọi A là biến cố “học sinh được chọn biết chơi ít nhất một nhạc cụ”,

và B là biến cố “học sinh được chọn là nam”.

Biết xác suất học sinh được chọn là nam bằng 0,6; xác suất học sinh được chọn là nam và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,3; xác suất học sinh được chọn là nữ và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,15. Tính $P(A)$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,6 = 0,4$; $P(A|B) = 0,3$; $P(A|\bar{B}) = 0,15$.

Theo công thức xác suất từng phần, ta có :

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,6 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,15 = 0,24.$$



Ví dụ 2.2.

Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 53%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X lần lượt là 21% và 17%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Tính xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X.

Lời giải

Gọi A : “Học sinh được chọn là nữ”,

$\Rightarrow \bar{A}$: “Học sinh được chọn là nam”;

B : “học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X”.

Từ giả thiết ta có $P(A) = 0,53 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,53 = 0,47$; $P(B|A) = 0,21$; $P(B|\bar{A}) = 0,17$.

Theo công thức xác suất từng phần, ta có xác suất học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X là:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,53 \cdot 0,21 + 0,47 \cdot 0,17 = 0,1912.$$



Dạng 3. Các bài toán liên quan đến công thức Bayes.



Phương pháp

» **Công thức Bayes:** Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

▪ **Chú ý:** Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.



Ví dụ 3.1.

Một hộp có 4 viên bi, mỗi viên có thể là màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi trắng.

Lời giải

* Số lượng bi trắng và đen trong hộp chỉ có thể xảy ra 1 trong 5 trường hợp sau:

$$H_4 : 4 \text{ bi trắng} \Rightarrow P(H_4) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_3 : 3 \text{ bi trắng, 1 đen} \Rightarrow P(H_3) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_2 : 2 \text{ bi trắng, 2 đen} \Rightarrow P(H_2) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_1 : 1 \text{ bi trắng, 3 đen} \Rightarrow P(H_1) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_0 : 0 \text{ bi trắng, 4 đen} \Rightarrow P(H_0) = \frac{1}{5} = 0.2$$

Gọi biến cố A là biến cố lấy được 2 bi trắng.

$$P(A|H_4) = 1, P(A|H_3) = \frac{C_3^2}{C_4^2} = \frac{1}{2}, P(A|H_2) = \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{6}, P(A|H_1) = 0, P(A|H_0) = 0$$

$$P(A) = P(H_0).P(A|H_0) + P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) + P(H_3).P(A|H_3) + P(H_4).P(A|H_4)$$

$$\Leftrightarrow P(A) = 0.2 \times 0 + 0.2 \times 0 + 0.2 \times \frac{1}{6} + 0.2 \times \frac{1}{2} + 0.2 \times 1 \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{3}.$$



Ví dụ 3.2.

Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?



Lời giải

Gọi A : “người đó mắc bệnh”

Và B : “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$.

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5.$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5



Ví dụ 3.3.

Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.

- (1) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?
- (2) Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.

Lời giải

- (1) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

Gọi A : “người nghiện thuốc lá”,

$\Rightarrow \bar{A}$: “người không nghiện thuốc lá”

và B : “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

Ta có

$$P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh X là 26%

- (2) Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.

xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13}$$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh X, có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.



Ví dụ 3.4.

Một trạm chỉ phát hai tín hiệu A và B với xác suất tương ứng 0,85 và 0,15. do có nhiễu trên đường truyền nên $\frac{1}{7}$ tín hiệu A bị méo và thu được như tín hiệu B còn $\frac{1}{8}$ tín hiệu B bị méo và thu được như A .

- (1) Xác suất thu được tín hiệu A là bao nhiêu?
- (2) Giả sử đã thu được tín hiệu A . Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

Lời giải

- (1) Xác suất thu được tín hiệu A là bao nhiêu?

Gọi A là biến cố "Phát tín hiệu A "

B là biến cố "Phát tín hiệu B "

T_A là biến cố "Thu được tín hiệu A "

T_B là biến cố "Thu được tín hiệu B "

Ta cần tính $P(T_A)$

$$\text{Với } P(T_A) = P(A) \cdot P(T_A | A) + P(B) \cdot P(T_A | B)$$

Ta có

$$P(A) = 0,85$$

$$P(T_B | A) = \frac{1}{7} \Rightarrow P(T_A | A) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$$P(B) = 0,15$$

$$P(T_A | B) = \frac{1}{8}$$

$$\text{Do đó } P(T_A) = P(A) \cdot P(T_A | A) + P(B) \cdot P(T_A | B) = 0,85 \cdot \frac{6}{7} + 0,15 \cdot \frac{1}{8} = \frac{837}{1120}$$

- (2) Giả sử đã thu được tín hiệu A . Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có } P(A | T_A) = \frac{P(A) \cdot P(T_A | A)}{P(T_A)} = \frac{0,85 \cdot \frac{6}{7}}{\frac{837}{1120}} = \frac{272}{279}$$



Chương 06

Bài 1.

CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN
& CÔNG THỨC BAYES



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(B) < 1$, xác suất của biến cố A được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$. **B.** $P(A) = P(B) \cdot P(B|A) + P(\bar{B}) \cdot P(B|\bar{A})$.
C. $P(A) = P(A) \cdot P(A|B) + P(\bar{A}) \cdot P(A|\bar{B})$. **D.** $P(A) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

» **Lời giải**

Chọn A

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

» **Câu 2.** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(A) < 1$, xác suất của biến cố B được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(B) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$. **B.** $P(B) = P(B) \cdot P(B|A) + P(\bar{B}) \cdot P(B|\bar{A})$.
C. $P(B) = P(A) \cdot P(A|B) + P(\bar{A}) \cdot P(A|\bar{B})$. **D.** $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

» **Lời giải**

Chọn D

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

» **Câu 3.** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. **B.** $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$.
C. $P(A|B) = \frac{P(B) \cdot P(B|A)}{P(A)}$. **D.** $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

» **Lời giải**

Chọn B

Theo công thức Bayes, ta có $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$.

» **Câu 4.** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?



$$\begin{aligned} \text{A. } P(B|A) &= \frac{P(A).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})} & \text{B. } P(B|A) &= \frac{P(B).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} \\ \text{C. } P(B|A) &= \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})} & \text{D. } P(B|A) &= \frac{P(A).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} \end{aligned}$$

✎ *Lời giải*

Chọn C

Theo công thức Bayes, ta có $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$.

» **Câu 5.** Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng

- A.** 0,5. **B.** 0,6. **C.** 0,8. **D.** 0,2.

✎ *Lời giải*

Chọn C

Theo công thức Bayes, ta có $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,4}{0,3} = 0,8$.

» **Câu 6.** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

- A.** 0,1875. **B.** 0,48. **C.** 0,333. **D.** 0,95.

✎ *Lời giải*

Chọn A

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,3.0,25}{0,4} = 0,1875$.

» **Câu 7.** Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$ Khi đó, $P(A)$ bằng

- A.** 0,7. **B.** 0,4. **C.** 0,58. **D.** 0,52.

✎ *Lời giải*

Chọn C

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,7 + 0,4.0,4 = 0,58.$$

» **Câu 8.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng

- A.** $\frac{15}{35}$. **B.** $\frac{16}{35}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

✎ *Lời giải*

Chọn C

Xét các biến cố:



A: "Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên";

B: "Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội".

$$\text{Khi đó, } P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội $\Rightarrow P(B|A) = \frac{16}{35}$.

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội $\Rightarrow P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}$.

» **Câu 9.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

A. 0,3. **B.** 0,03. **C.** 0,04. **D.** 0,4.

» **Lời giải**

Chọn B

Xét các biến cố:

A: "Người được chọn mắc bệnh X";

B: "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,002$; $P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$;

$$P(B|A) = 1; P(B|\bar{A}) = 0,06.$$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,002.1}{0,002.1 + 0,998.0,06} \approx 0,03.$$

» **Câu 10.** Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xác suất để khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng bằng

A. 0,7956. **B.** 0,7965. **C.** 0,9756. **D.** 0,9765.

» **Lời giải**

Chọn D

Xét các biến cố:

A: "Khách hàng chọn được bóng đèn Led màu trắng";

B: "Khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng".



Ta có: $P(A) = 0,65$; $P(\bar{A}) = 0,35$; $P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,02 = 0,98$;
 $P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,03 = 0,97$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,65.0,98 + 0,35.0,97 = 0,9765.$$

» **Câu 11.** Một hộp bút bi Thiên Long có 15 chiếc bút trong đó có 9 chiếc bút mới. Người ta lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút để sử dụng sau đó trả lại vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 chiếc bút, tính xác suất cả hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới.

A. $\frac{52}{175}$.

B. $\frac{52}{177}$.

C. $\frac{53}{175}$.

D. $\frac{25}{175}$.

» **Lời giải**

Chọn A

Gọi A "Hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới"

B_0 "Lấy ra một chiếc bút cũ" và B_1 "Lấy ra một chiếc bút mới"

Nên B_0, B_1 là hệ biến cố đầy đủ.

Từ 15 chiếc bút có 9 chiếc bút mới và 6 chiếc bút cũ

$$\text{Ta có: } P(B_0) = \frac{C_6^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{5}, \quad P(B_1) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{3}{5}$$

$$P(A|B_0) = \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{12}{35} \quad \text{và} \quad P(A|B_1) = \frac{C_8^2}{C_{15}^2} = \frac{4}{15}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(A|B_0).P(B_0) + P(A|B_1).P(B_1) = \frac{12}{35} \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{5} = \frac{52}{175}$$

» **Câu 12.** Một công ty du lịch bố trí chỗ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20%; 50%; 30%. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5%; 4%; 8%. Tính xác suất để một khách nghỉ ở phòng điều hòa bị hỏng.

A. $\frac{2}{500}$

B. $\frac{27}{500}$

C. $\frac{7}{500}$

D. $\frac{23}{500}$

» **Lời giải**

Chọn B

Gọi B "Để một khách ở phòng điều hòa bị hỏng"

Gọi A, B, C lần lượt là các biến cố Khách nghỉ tại ba khách sạn A, B, C

$$\text{Ta có: } P(A) = 20\% = 0,2, \quad P(B) = 50\% = 0,5, \quad P(C) = 30\% = 0,3, \quad P(H|A) = 5\% = 0,05,$$

$$P(H|B) = 4\% = 0,04, \quad P(H|C) = 8\% = 0,08$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$\begin{aligned} P(H) &= P(H|A).P(A) + P(H|B).P(B) + P(H|C).P(C) \\ &= 0,05.0,2 + 0,04.0,5 + 0,08.0,3 = \frac{27}{500} \end{aligned}$$

» **Câu 13.** Có 10 sinh viên thi Xác suất – Thống kê; trong đó có 2 sinh viên giỏi (trả lời 100% các câu hỏi), 3 sinh viên khá (trả lời 80% các câu hỏi), 5 sinh viên trung bình (trả lời 50% các câu hỏi). Gọi ngẫu nhiên một sinh viên vào thi và phát đề có 4 câu hỏi (được lấy



ngẫu nhiên từ 20 câu). Thấy sinh viên này trả lời được cả 4 câu, tính xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá? Xác suất gần bằng số nào sau đây

- A. 0,336. B. 0,3344. C. 0,337. D. 0,335.

» **Lời giải**

Chọn C

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là các biến cố gọi một sinh viên Giỏi, Khá, Trung Bình

Nên A_1, A_2, A_3 là hệ biến cố đầy đủ

Gọi B " Sinh viên đó trả lời được 4 câu hỏi"

$$\text{Ta có: } P(A_1) = \frac{C_2^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{5}; P(A_2) = \frac{C_3^1}{C_{10}^1} = \frac{3}{10}; P(A_3) = \frac{C_5^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{2}$$

Ta lại có:

2 sinh viên Giỏi (trả lời 100% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời 20 câu hỏi

3 sinh viên Khá (trả lời 80% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời 20.80% = 16 câu hỏi.

5 sinh viên Trung Bình (trả lời 50% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời 20.50% = 10 câu hỏi.

$$\text{Từ đó } P(B|A_1) = \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4} = 1, P(B|A_2) = \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4} = \frac{364}{969}, P(B|A_3) = \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4} = \frac{14}{323}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) + P(B|A_3).P(A_3)$$

$$= 1 \cdot \frac{1}{5} + \frac{364}{969} \cdot \frac{3}{10} + \frac{14}{323} \cdot \frac{1}{2} = \frac{108}{323}$$

Xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá là $P(A_2|B)$

$$\text{Áp dụng công thức Bayes } P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{364}{969} \cdot \frac{3}{10}}{\frac{108}{323}} = \frac{91}{270} \approx 0,337$$

» **Câu 14.** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên vi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên vi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên từ hộp thứ hai, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi màu đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi màu đỏ.

- A. $\frac{8}{11}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{8}{15}$ D. $\frac{7}{13}$

» **Lời giải**

Chọn A

Gọi A_1 : "Lấy ra một bi một màu xanh ở hộp thứ nhất"

Và A_2 : "Lấy ra một bi một màu đỏ ở hộp thứ nhất"

Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ

Gọi B : "Hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là màu đỏ"

$$\text{Ta có: } P(A_1) = \frac{C_3^1}{C_9^1} = \frac{1}{3}; P(A_2) = \frac{C_6^1}{C_9^1} = \frac{2}{3}$$



$$P(B|A_1) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}; P(B|A_2) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}$$

Xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất màu đỏ, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai màu đỏ, ta áp dụng công thức Bayes

$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{28}{55} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{7}{15}} = \frac{8}{11}$$

» **Câu 15.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

A. 0,4.

B. 0,35.

C. 0,5.

D. 0,65.

» **Lời giải**

Chọn C

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính $P(A|B)$

$$\text{Với } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$$

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

» **Câu 16.** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam



A. $\frac{207}{1230}$

B. $\frac{207}{1250}$

C. $\frac{10}{27}$

D. $\frac{10}{23}$

✎ **Lời giải**

Chọn D

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố gặp được một học sinh nữ, một học sinh nam
Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ.

Gọi B “ Học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật ”

$$P(A_1) = 52\% = 0,52, \quad P(A_2) = 1 - 0,52 = 0,48.$$

$$P(B|A_1) = 18\% = 0,18; \quad P(B|A_2) = 15\% = 0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) = 0,18.0,52 + 0,15.0,48 = \frac{207}{1250} = 0,1656$$

Xác suất để học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật, ta áp dụng công thức Bayes

$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(B)} = \frac{0,15.0,48}{0,1656} = \frac{10}{23}$$

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 17.** Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ”, B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ”

Các khẳng định sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.		
(b)	Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A B) = \frac{7}{11}$.		
(c)	Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì $P(A \bar{B}) = \frac{7}{11}$.		
(d)	Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.		

✎ **Lời giải**

(a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

Ta có: B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ” nên $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{10} = 0,5$.

» **Chọn ĐÚNG.**



(b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có 7 bi đỏ và 4 bi xanh nên $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$

Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh”

Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có 6 bi đỏ và 5 bi xanh. Khi đó $P(A|\bar{B}) = \frac{6}{11}$.

» **Chọn SAI.**

(d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$.

Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là:

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,5 \cdot \frac{7}{11} + 0,5 \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 18.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.		
(b)	Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.		
(c)	Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.		
(d)	Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.		

» **Lời giải**

(a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

Số viên bi màu đỏ có đánh số là $60\% \cdot 50 = 30$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

Số viên bi màu vàng không đánh số là $50\% \cdot 30 = 15$.



» Chọn ĐÚNG.

(c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

và B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”,

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}$$

$$P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

» Chọn SAI.

(d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.

A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “viên bi được lấy ra không có đánh số”

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 19. Cho 2 lô sản phẩm. Lô I có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm lỗi.

Lô II có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm lỗi. Lấy ngẫu nhiên 1

lô và từ lô này lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.		
(b)	Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.		
(c)	Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.		



- (d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.

» **Lời giải**

Gọi B_1 là biến cố: "Lô lấy ra là lô I"

Gọi B_2 là biến cố: "Lô lấy ra là lô II"

- (a) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.

Gọi A là biến cố: "Sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt"

Ta có: $P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2)$

$$\text{Mà } P(B_1) = \frac{1}{2}, P(B_2) = \frac{1}{2}, P(A|B_1) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}, P(A|B_2) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

- (b) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{5}{8} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

- (c) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.

$$\text{Ta có: } P(B_2) = \frac{1}{2}, P(A|B_2) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}, P(A) = \frac{5}{8}$$

$$\text{Vậy } P(B_2|A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{0,5 \cdot 0,5}{\frac{5}{8}} = \frac{2}{5}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

- (d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{5}{8} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \quad P(B_1) = \frac{1}{2}, P(\bar{A}|B_1) = \frac{1}{4}$$

$$P(B_1|\bar{A}) = \frac{P(B_1) \cdot P(\bar{A}|B_1)}{P(\bar{A})} = \frac{0,5 \cdot 0,25}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}.$$

» **Chọn SAI.**

- » **Câu 20.** Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.		



(b)	Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.		
(c)	Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.		
(d)	Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.		

Lời giải

(a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

Chọn 2 sản phẩm tốt từ 13 sản phẩm tốt trong hộp loại I là $C_{13}^2 = 78$ cách.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

Số cách chọn 2 phế phẩm từ 4 phế phẩm trong hộp loại II là $C_4^2 = 6$ cách.

Tổng số cách chọn 2 sản phẩm từ 10 sản phẩm (6 tốt và 4 phế phẩm) trong hộp II là $C_{10}^2 = 45$ cách.

Vậy xác suất chọn được 2 phế phẩm là $\frac{6}{45} = \frac{2}{15}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

Gọi A: "Chọn được trong thùng một hộp loại I".

Và B: "Chọn được trong thùng một hộp loại II".

Xác suất chọn hộp loại I là $P(A) = \frac{2}{5}$ và xác suất chọn hộp loại II là $P(B) = \frac{3}{5}$.

Gọi C là biến cố "Cả 2 sản phẩm lấy ra đều tốt".

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp loại I là $P(C|A) = \frac{C_{13}^2}{C_{15}^2} = \frac{26}{35}$.

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp II là $P(C|B) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$.

Vậy xác suất hai sản phẩm lấy ra từ một hộp trong thùng đều tốt là

$$P(C) = P(C|A) \cdot P(A) + P(C|B) \cdot P(B) = \frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{87}{175}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Xác suất lấy ra hai sản phẩm đều tốt thuộc hộp loại I là



Công thức Bayes:
$$P(A|C) = \frac{P(C|A) \cdot P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{87}{125}} = \frac{52}{87}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 21.** Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.		
(b)	Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.		
(c)	Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.		
(d)	Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.		

» **Lời giải**

(a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.

Gọi A : “Email nhận được là email rác”.

Và B : “Email bị lọc đúng email rác của hệ thống lọc email rác”.

Vì 5% email nhận được là rác nên xác suất nhận được một email rác là $P(A) = 5\% = 0,05$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.

Xác suất email bị lọc của email rác là $P(B|A) = 95\% = 0,95$.

» **Chọn SAI.**

(c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.

Xác suất email nhận được không phải rác là $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,05 = 0,95$.

Xác suất email bị lọc của email không phải rác là $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Vậy xác suất chọn một email bị lọc bất kể là rác hay không là

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,95 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,95 = 0,1425.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

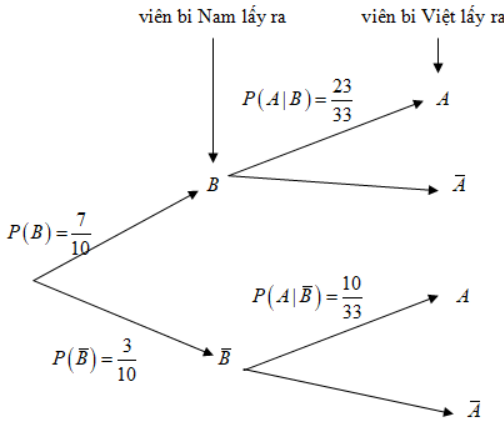
Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là

$$\text{Công thức Bayes: } P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,95 \cdot 0,05}{0,1425} = \frac{1}{3}.$$

» **Chọn SAI.**



» **Câu 22.** Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.		
(b)	Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là 		
(c)	Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.		
(d)	Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.		

» **Lời giải**

Gọi A là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu”
 và B là biến cố “bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu”,
 $\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

(a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là

Ta có:

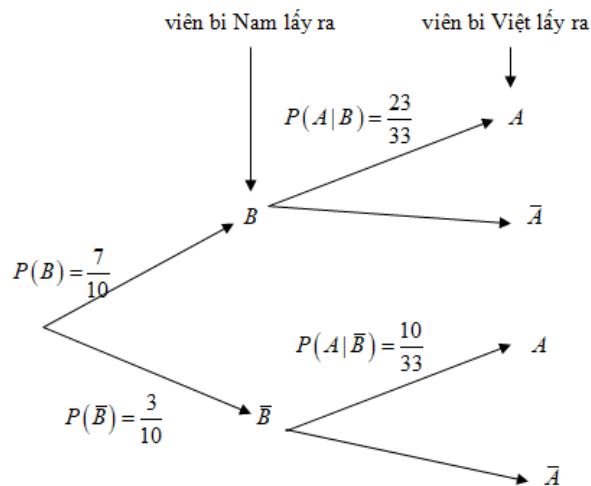
$$P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{70 \cdot 69}{70 \cdot 99} = \frac{23}{33}$$

$$P(A|\bar{B}) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{23}{33} = \frac{10}{33}$$

Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



» Chọn ĐÚNG.

(c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{23}{33} + \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{33} = \frac{191}{330}$$

» Chọn ĐÚNG.

(d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Gọi A là biến cố "bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu"

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố "bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu"

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{191}{330} = \frac{139}{330}$$

» Chọn ĐÚNG.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 23. Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Cho các khẳng định sau:

(1) $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$

(2) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$

(3) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$

(4) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

(5) Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8, P(A|B) = 0,7, P(A|\bar{B}) = 0,45$. Khi đó $P(A) = 0,5$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

» Lời giải

✓ Trả lời: 4

Các khẳng định (1) (2) (3) (4) là các khẳng định đúng

Khẳng định (5) sai.



Thật vậy ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,45 = 0,65$$

» **Câu 24.** Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,26**

Gọi A : “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Và B : “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

$$\text{Ta có } P(A) = 0,2, P(B|A) = 0,7, P(\bar{A}) = 0,8, P(B|\bar{A}) = 0,15.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

» **Câu 25.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,56**

Gọi A : “viên bi được lấy ra có đánh số”

Và B : “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}, P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}, P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}, P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16} \approx 0,56$$

» **Câu 26.** Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã



đồ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2*

Lời giải

✓ **Trả lời: 0,77**

Gọi A : “Học sinh đó chọn tổ hợp A00”;

Và B : “Học sinh đó đồ đại học”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A), P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.

» $P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đồ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

$\Rightarrow P(B|A) = 0,6$.

» $P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đồ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp A00 $\Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,7$.

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,8.0,6}{0,8.0,6 + 0,2.0,7} \approx 0,77.$$

» **Câu 27.** Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2*

Lời giải

✓ **Trả lời: 0,64**

Xét A : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng II để cho vào chuồng I là con thỏ trắng”.

Và B : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng I là con thỏ trắng”.

Ta có $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

» Tính $P(A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I. Có $n(\Omega) = C_{10}^1, n(A) = C_3^1$ Vậy $P(A) = \frac{3}{10}$.

» Tính $P(\bar{A})$: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{10}$.

» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I, tức là có 5 con thỏ đen và 11 con thỏ trắng ở trong chuồng I.

Tương tự như trên ta có $P(B|A) = \frac{11}{16}$.

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ đen từ chuồng II rồi cho vào chuồng I.



Tức là có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có $P(B|\bar{A}) = \frac{10}{16}$.

$$\text{Vậy } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{103}{160} \approx 0,64375$$

Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng là 0,64375.

» **Câu 28.** Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.

Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,888**

Xét biến cố A: “Máy bay xuất hiện ở vị trí X”, điều đó có nghĩa là biến cố $\bar{A}$: “Máy bay xuất hiện ở vị trí Y”. Xét biến cố B: “Máy bay bị bắn hạ”.

Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

» Tính $P(A)$, $P(\bar{A})$: $P(A) = 0,55$ và $P(\bar{A}) = 0,45$.

» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí X.

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 2 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí X), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|A) = 1 - (1 - 0,8)(1 - 0,8) = 0,96.$$

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí Y.

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 1 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí Y), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|\bar{A}) = 0,8.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,55 \cdot 0,96 + 0,45 \cdot 0,8 = 0,888.$$

Vậy xác suất để máy bay bị bắn hạ là 0,888.