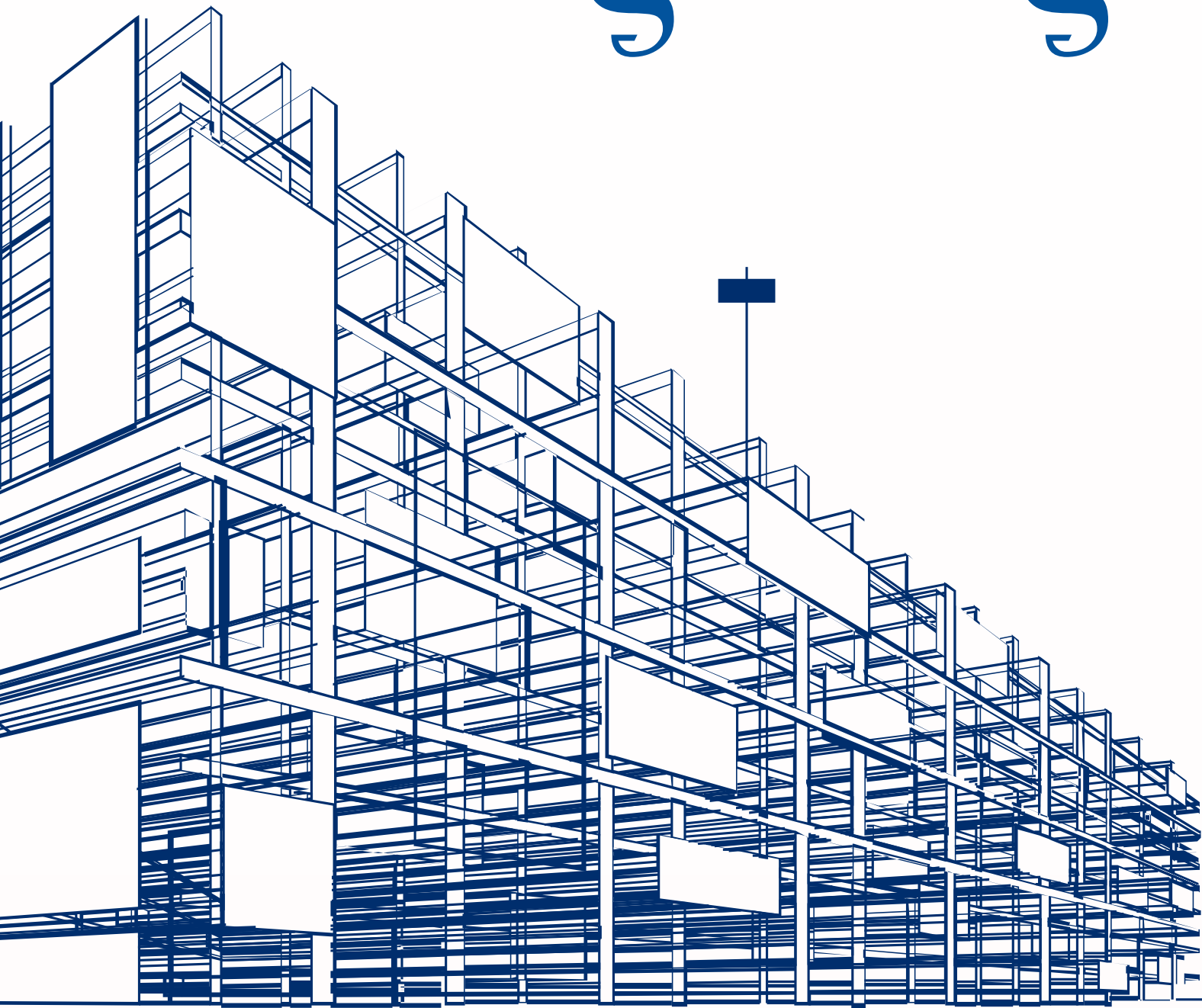




QUAN HỆ Song Song



TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM



MỤC LỤC

Bài 1. ĐIỂM, ĐƯỜNG VÀ MẶT PHẪNG

A. Lý thuyết

1. Mặt phẳng.....	3
2. Điểm thuộc mặt phẳng.....	3
3. Hình biểu diễn của một hình không gian.....	4
4. Các tính chất thừa nhận.....	4
5. Các cách xác định mặt phẳng.....	5
6. Hình chóp và tứ diện.....	5

B. Các dạng bài tập

<i>B</i> Dạng 1. Các tính chất được thừa nhận của hình học không gian.....	7
<i>B</i> Dạng 2. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng phân biệt cắt nhau.....	8
<i>B</i> Dạng 3. Xác định giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.....	11
<i>B</i> Dạng 4. Ba điểm thẳng hàng – Ba đường đồng quy.....	14

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	17
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai.....	18
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	19

Bài 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A. Lý thuyết

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.....	21
2. Tính chất cơ bản về 2 đường thẳng song song.....	21

B. Các dạng bài tập

<i>B</i> Dạng 1. Chứng minh hai đường song song.....	23
<i>B</i> Dạng 2. Giao tuyến của 2 mặt chứa 2 đường thẳng song song.....	26
<i>B</i> Dạng 3. Giao điểm sử dụng giao tuyến song song.....	29

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	31
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai.....	32
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	33

Bài 3. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG

A. Lý thuyết

1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.....	35
2. Tính chất.....	35

B. Các dạng bài tập

<i>B</i> Dạng 1. Chứng minh đường thẳng song song mặt phẳng.....	37
--	----



➤ Dạng 2. Giao tuyến của hai mặt chứa một đường song song với mặt.....	41
➤ Dạng 3. Thiết diện	44

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	46
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai	48
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	49

Bài 4. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

A. Lý thuyết

1. Định nghĩa	51
2. Tính chất.....	51
3. Định lý thales trong hình học không gian.....	52
4. Hình lăng trụ và hình hộp:.....	53
5. Hình chóp cụt.....	53

B. Các dạng bài tập

➤ Dạng 1. Chứng minh hai mặt song song.....	54
➤ Dạng 2. Tìm giao tuyến của 2 mặt, có 1 mặt song song với mặt khác.....	57
➤ Dạng 3. Định lý Thales trong không gian.....	59

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	62
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai	64
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	65

Bài 5. PHÉP CHIẾU SONG SONG

A. Lý thuyết

1. Phép chiếu song song.....	67
2. Tính chất của phép chiếu song song.....	67
3. Hình biểu diễn của một số hình không gian trên mặt phẳng.....	67

B. Các dạng bài tập

➤ Dạng 1. Xác định ảnh qua phép chiếu song song.....	69
➤ Dạng 2. Xác định hình biểu diễn qua phép chiếu song song	71
➤ Dạng 3. Bài toán tổng hợp.....	73

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	74
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai	76
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	77



Chương 04

Bài 1.

ĐIỂM - ĐƯỜNG VÀ MẶT PHẪNG

A

Lý thuyết

1. Mặt phẳng



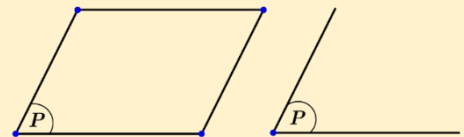
Định nghĩa:

» Hình ảnh mô phỏng trong thực tế ví dụ: mặt gương phẳng, mặt hồ phẳng lặng được xem là một phần của mặt phẳng.

** Chú ý :

- ✓ Mặt phẳng ko có bề dày và không bị giới hạn.
- ✓ Cách biểu diễn mặt phẳng lên mặt phẳng hình học: dùng hình bình hành hay một góc và ghi tên của mặt phẳng vào một góc của hình.
- ✓ Kí hiệu mặt phẳng:

$mp(P), mp(Q), \dots mp(\alpha), mp(\beta), \dots$



2. Điểm thuộc mặt phẳng



Định nghĩa:

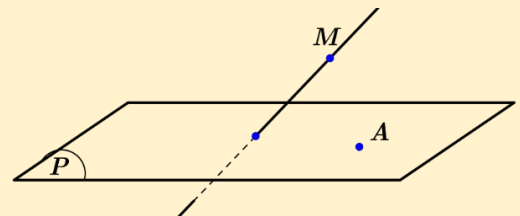
Cho điểm A và $mp(\alpha)$. Khi đó:

» Điểm A thuộc (α) hay A nằm trên (α) hay (α) chứa A hoặc đi qua A .

▪ **Kí hiệu:** $A \in (\alpha)$

» Điểm A nằm ngoài (α) hay (α) không chứa A hoặc không đi qua A .

▪ **Kí hiệu:** $A \notin (\alpha)$.





3. Hình biểu diễn của một hình không gian



Các nguyên tắc vẽ hình:

Khi vẽ một hình không gian lên bảng, lên giấy ta tuân thủ nguyên tắc sau:

- (1) Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- (2) Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- (3) Giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm với đường thẳng.
- (4) Nét liền để vẽ đường nhìn thấy, nét đứt để vẽ đường bị che khuất.
- (5) Bảo toàn tỷ lệ giữa các đoạn thẳng song song, các đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng. Không bảo toàn về góc.
- (6) Một tam giác bất kỳ đều được coi là hình biểu diễn của tam giác có dạng tùy ý (vuông, cân, đều).
- (7) Hình bình hành là hình biểu diễn cho hình bình hành có dạng tùy ý (hình bình hành, vuông, chữ nhật, thoi) và kèm theo kí hiệu vuông, bằng nhau nếu là hình đặc biệt.

Các mặt phẳng:				
» Nhìn thấy	$(SAB), (SBC)$	$(SBC), (SCD)$	$(ABCD), (ADD'A'), (DCC'D')$	$(SAB), (SBC), (SCD)$
» Không nhìn thấy	$(SAC), (ABC)$	$(SAB), (SAD), (ABCD)$	$(A'B'C'D'), (ABB'A'), (BCC'B')$	$(SAD), (ABCD)$

4. Các tính chất thừa nhận

	Tính chất	Hình minh họa
01	☆ Có một và chỉ một đường thẳng đi qua 02 điểm phân biệt.	
02	☆ Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua 3 điểm không thẳng hàng. ▪ Kí hiệu: (ABC) .	
03	☆ Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó. $\begin{cases} A \in a \cap (\alpha) \\ B \in a \cap (\alpha) \end{cases} \Rightarrow AB \equiv a \subset (\alpha)$	



04	<p>☆ Điểm M và đường thẳng AM đều nằm trong (ABC) vì M thuộc đường thẳng AB còn AM trùng với đường thẳng AB mà AB nằm trong (ABC).</p>	
05	<p>☆ Tồn tại 04 điểm không cùng thuộc 01 mặt phẳng.</p>	
06	<p>☆ Nếu hai mặt phẳng phân biệt có 01 điểm chung thì chúng còn có điểm chung khác nữa. \Rightarrow Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng. \Rightarrow Đường thẳng chung gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.</p>	
07	<p>☆ Trong mỗi mặt phẳng, các kết quả của hình học phẳng đều đúng.</p>	

5. Các cách xác định một mặt phẳng

	Mặt phẳng được xác định	Hình minh họa
01	<p>☆ Khi biết nó đi qua 3 điểm không thẳng hàng cho trước. ▪ Kí hiệu: $mp(ABC)$ hoặc (ABC).</p>	
02	<p>☆ Khi biết nó đi qua một đường thẳng và một điểm không nằm trên đường thẳng đó. ▪ Kí hiệu: $mp(d; A)$ hoặc $mp(A; d)$.</p>	
03	<p>☆ Khi biết nó đi qua hai đường thẳng cắt nhau. ▪ Kí hiệu: $mp(a; b)$ hoặc $mp(b; a)$.</p>	

6. Hình chóp và tứ diện



Định nghĩa:

Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2\dots A_n$. Lấy S nằm ngoài (α) .

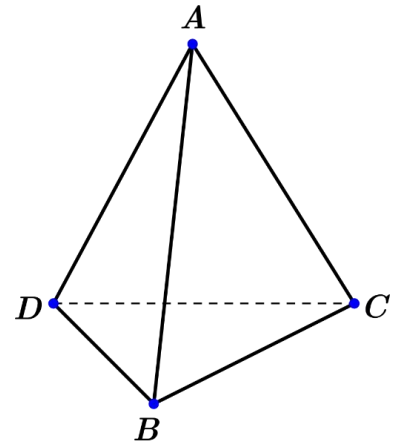
- » Lần lượt nối S với A_1, A_2, \dots, A_n được n tam giác: $\Delta SA_1A_2, \Delta SA_2A_3, \dots, \Delta SA_nA_1$.
- » Hình gồm đa giác $A_1A_2\dots A_n$ và n tam giác: $\Delta SA_1A_2, \Delta SA_2A_3, \dots, \Delta SA_nA_1$ gọi là hình chóp.
- **Kí hiệu:** $S.A_1A_2\dots A_n$.



01

☆ Hình tứ diện là hình được tạo thành từ bốn tam giác $\triangle ABC, \triangle ABD, \triangle ACD, \triangle BCD$ trong đó A, B, C, D không đồng phẳng.

- » Đỉnh: A, B, C, D
- » Mặt bên: $\triangle ABC; \triangle ABD; \triangle ACD$
- » Cạnh bên: $AB; AC; AD$
- » Mặt đáy: $\triangle BCD$
- » Cạnh đáy: $BC; BD; CD$
- » Cặp cạnh đối diện: $BC; AD$ và $BD; AC$ và $AB; DC$.
- » Đỉnh đối diện với mặt: đỉnh A đối diện (BCD) ; đỉnh B đối diện (ACD) ; đỉnh C đối diện (ABD) ; đỉnh D đối diện (ABC) .

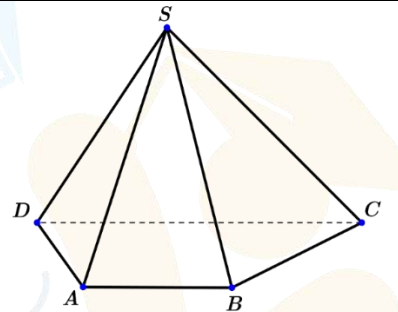


❖ **Lưu ý:** Tứ diện đều là hình tứ diện có bốn mặt là các tam giác đều.

02

☆ Các mặt bên, cạnh bên, cạnh đáy của hình chóp $S.ABCD$.

- » Mặt bên: $\triangle SBC; \triangle SAD; \triangle SCD; \triangle SAB$
- » Cạnh bên: $SA; SB; SC; SD$
- » Cạnh đáy: $AB; BC; AD; CD$



TOÁN TỪ TÂM



Các dạng bài tập

Dạng 1. Các tính chất được thừa nhận của hình học không gian



Phương pháp

- Chứng minh điểm M thuộc mặt phẳng (α)
 - » **Cách 1:** Điểm M có trong tên mặt phẳng.
 - » **Cách 2:** Điểm M thuộc một đường thẳng nằm trên mặt phẳng (α) .
- Chứng minh đường thẳng nằm trên mặt phẳng (α) :
Tìm hai điểm phân biệt thuộc đường thẳng nằm trên mặt phẳng



Ví dụ 1.1.

Cho chóp $S.ABC$; M là trung điểm AB . Chứng minh $M \in (ABC)$ và $MC \subset (ABC)$

» **Lời giải**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 1.2.

Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Gọi I là giao điểm của AN và MC . Chứng minh rằng:

(1) $M \in (ABC)$.

(2) $MN \subset (ABC)$.

(3) $SI \subset (SAN)$.

» **Lời giải**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Dạng 2. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng phân biệt cắt nhau



Phương pháp

□ **Giao tuyến** của hai mặt phẳng phân biệt là đường thẳng chung (đường thẳng đi qua ít nhất 2 điểm chung) của hai mặt phẳng đó.

□ Ta thường gặp:

Tình huống 01	Giả thiết	$M = d_1 \cap d_2; d_1 \subset (\alpha); d_2 \subset (\beta)$
	Kết luận	$M \in (\alpha) \cap (\beta)$
Tình huống 02	Giả thiết	$M \in (\alpha) \cap (\beta); N \in (\alpha) \cap (\beta)$
	Kết luận	$(\alpha) \cap (\beta) = MN$

□ **Kỹ thuật:** Nối các đoạn hoặc kéo dài các đoạn thẳng có trong mặt phẳng để tìm điểm chung và chú ý nét vẽ đứt hoặc liền.



Ví dụ 2.1.

Cho hình chóp $S.ABC$ có M là trung điểm của AB . Xác định giao tuyến của mặt phẳng (SMC) với mặt phẳng (ABC) .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.2.

Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Xác định giao tuyến của mặt phẳng (SMC) với (SNA) .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.3.

Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của

(1) (SAC) và (SBD) .

(2) (SAC) và (MBD) .

» Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 2.4.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AD với $AI = \frac{1}{2}AB, AJ = \frac{3}{2}JD$. Tìm giao tuyến của:

(1) $(ACD) \cap (CIJ)$

(2) $(CIJ) \cap (BCD)$

» Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỬ TÂM



➤ Dạng 3. Xác định giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

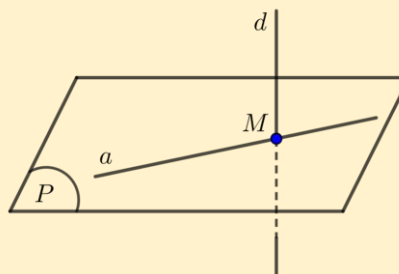


Phương pháp

❑ **Bài toán:** Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Giả thiết $d \not\subset (P), M \in d, M \in (P)$

Kết luận $M = d \cap (P)$



Ta có các trường hợp sau xảy ra.

Trường hợp 01

Trong (P) có sẵn đường thẳng a cắt d tại M

➤ **Ta trình bày:** $a \cap d = M, a \subset (P) \Rightarrow d \cap (P) = M$.

Trường hợp 02

Trong mặt phẳng (α) chưa có đường a cắt d . Khi đó

❑ **Bước 1:** Chọn mặt phẳng phụ (P) chứa d .

❑ **Bước 2:** Tìm giao tuyến a của (P) và (α) .

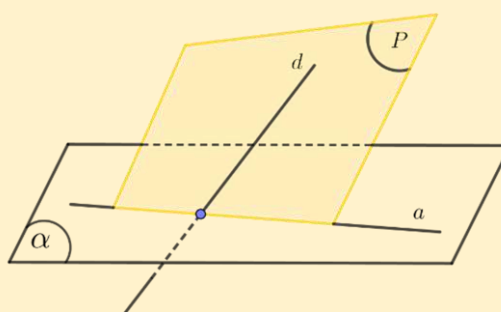
❑ **Bước 3:** Trong (P) , cho a cắt d tại M , khi đó M thuộc d , M thuộc a mà a chứa trong (α) . Vậy M là điểm cần tìm.

➤ **Ta trình bày:**

❑ Chọn (P) chứa d .

❑ Tìm $(P) \cap (\alpha) = a$.

❑ Trong (P) , $a \cap d = M \Rightarrow \begin{cases} M \in d \\ M \in a, a \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \cap (\alpha) = M$



Ví dụ 3.1.

Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) .

➤ **Lời giải**

.....



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 3.2.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Tìm giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) .

✎ Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 3.3.

Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$. Gọi S là điểm không thuộc (α) , M là điểm nằm trong tam giác SCD . Xác định giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) .

✎ Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỪ TÂM



Ví dụ 3.4.

Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) .

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



TOÁN TỬ TÂM



Dạng 4. Ba điểm thẳng hàng - Ba đường đồng quy



Phương pháp

□ **Bài toán:** chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng
☞ Ta chứng minh ba điểm đó đồng thời thuộc (α) và (β)
Suy ra A, B, C nằm trên giao tuyến của (α) và (β) nên chúng thẳng hàng.

☞ Cơ sở
$$\begin{cases} A \in (\alpha) \cap (\beta) \\ B \in (\alpha) \cap (\beta) \\ C \in (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow AB \equiv AC \equiv (\alpha) \cap (\beta)$$

□ **Bài toán:** chứng minh ba đường a, b, c thẳng hàng
☞ Ta chọn một mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a và b .
Gọi $I = a \cap b$ chứng minh $I \in c$ (chứng minh ba điểm thẳng hàng như trên).



Ví dụ 4.1.

Cho 3 điểm A, B, C không thuộc mặt phẳng (P) , $BC \cap (P) = M, CA \cap (P) = N, AB \cap (P) = Q$. Chứng minh M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 4.2.

Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh rằng ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 4.3.

Cho tứ diện $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB, LN không song song với SC . Mặt phẳng (LMN) cắt các cạnh AB, BC, SC lần lượt tại K, I, J . Chứng minh rằng ba điểm M, I, J thẳng hàng.

✎ Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 4.4.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không phải là hình thang. Trên cạnh SC lấy điểm M . Gọi N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB) . Chứng minh rằng ba đường thẳng AB, CD, MN đồng quy.

✎ Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỬ TÂM

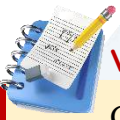


Ví dụ 4.5.

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Chứng minh rằng: Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 4.6.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Chứng minh ba điểm I, B, D thẳng hàng.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỪ TÂM



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Trong hình học không gian, cho trước một mặt phẳng (P) . Khẳng định nào đúng?
- A. Điểm luôn phải thuộc mặt phẳng (P) .
B. Điểm luôn không thuộc mặt phẳng (P) .
C. Điểm vừa thuộc, đồng thời vừa không thuộc mặt phẳng (P) .
D. Điểm có thể thuộc mặt phẳng (P) , có thể không thuộc mặt phẳng (P) .
- » **Câu 2.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
- » **Câu 3.** Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4.
- » **Câu 4.** Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là:
- A. 5 mặt, 5 cạnh. B. 6 mặt, 5 cạnh.
C. 6 mặt, 10 cạnh. D. 5 mặt, 10 cạnh.
- » **Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:
- A. SI (I là giao điểm của AC và BM). B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).
C. SO (O là giao điểm của AC và BD). D. SP (P là giao điểm của AB và CD).
- » **Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là
- A. SO . B. SC . C. SD . D. SA .
- » **Câu 7.** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của
- A. CD và NP . B. CD và MN . C. CD và MP . D. NP và AP .
- » **Câu 8.** Trong mặt phẳng (α) cho tứ giác $ABCD$, điểm $E \notin (\alpha)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi ba trong năm điểm A, B, C, D, E ?
- A. 7. B. 8. C. 9. D. 6.
- » **Câu 9.** Cho tứ diện $ABCD$. Các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC có trung điểm lần lượt là M, N, P, Q, R, S . Bốn điểm nào sau đây **không** cùng thuộc một mặt phẳng?
- A. M, P, R, S . B. M, N, P, Q . C. M, R, S, N . D. P, Q, R, S .
- » **Câu 10.** Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là



(c)	IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.		
(d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .		

» **Câu 18.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD ; P thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .		
(b)	Giao điểm E của đường thẳng SO và (MNP) là giao điểm của MN và SO .		
(c)	Giao điểm Q của đường thẳng SA và (MNP) là giao điểm của PE và SO .		
(d)	Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB , QP và AC , QN và AD . Vậy I, J, K thẳng hàng.		

» **Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB , O là giao điểm của AC và BD . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giao điểm của đường thẳng SA và $(ABCD)$ là điểm D .		
(b)	Giao điểm của đường thẳng BD và (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC .		
(c)	Giao điểm của đường thẳng SO và $(ABNM)$ là điểm D .		
(d)	Gọi I giao điểm của SO và mặt phẳng $(MNCD)$. Khi đó $SI = 2IO$		

» **Câu 20.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD // BC, AD > BC$). I là giao điểm của AB và DC . O là giao điểm của AC và BD . M, K lần lượt là trung điểm của SC và AD . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ba điểm S, O, I thẳng hàng.		
(b)	Ba điểm K, O, I thẳng hàng.		
(c)	DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J , khi đó S, J, I thẳng hàng		
(d)	Mặt phẳng (α) qua M cắt các cạnh SA, SB, SD lần lượt tại P, N, Q thì SO, MP, NQ đồng quy.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 21.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G, J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABD, \triangle ACD$. Gọi d là giao tuyến của mặt phẳng (AGJ) và (BCD) . Biết $\triangle BCD$ là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ D đến đường thẳng d .

Điền đáp số:



» **Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm SC và I là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) . Biết rằng $\triangle SAC$ vuông tại S và $AC = 6$. Tính độ dài đoạn OI .

» **Điền đáp số:**

» **Câu 23.** Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC , K là một điểm trên cạnh BD sao cho $KB = 2KD$. Tính diện tích của thiết diện tạo bởi (IJK) và tứ diện $ABCD$. (làm tròn đến hàng phần trăm)

» **Điền đáp số:**

» **Câu 24.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng a , $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2}$. Điểm M là trung điểm SC . Gọi N giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) . Tỉ số $\frac{SN}{SD}$ bằng

» **Điền đáp số:**

» **Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = 2$. Lấy điểm M là trung điểm SB , lấy điểm E đối xứng với B qua C , N là giao điểm của SC và BE . Lấy điểm F đối xứng với C qua A , đường thẳng NF cắt SA tại P . Trong mặt phẳng (SAB) đường thẳng MP cắt AB tại G . Khi đó độ dài $EG + GF$ bằng? (làm tròn đến hàng phần trăm)

» **Điền đáp số:**

» **Câu 26.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . M, P lần lượt là trung điểm SA và SC , một mặt phẳng (α) qua MP cắt SB, SD lần lượt tại N và Q . Gọi I là giao điểm MP và NQ , khi đó tỉ số $\frac{SI}{IO}$ bằng?

» **Điền đáp số:**

TOÁN TỪ TÂM



Chương 04

Bài 2.

HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A

Lý thuyết

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

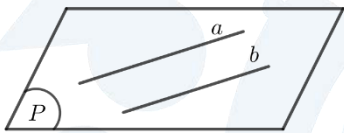


Định nghĩa:

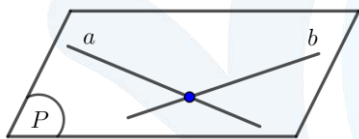
Hai đường thẳng gọi là **đồng phẳng** nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.

Chú ý:

- » Hai đường thẳng **chéo nhau** nếu chúng không đồng phẳng.
- » Hai đường thẳng **song song** nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- » Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.



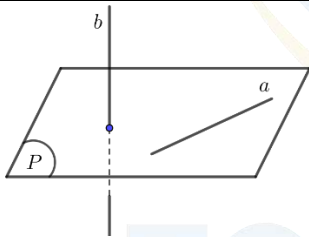
$a // b \Leftrightarrow a$ và b cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.



a cắt b hay $a \cap b \Leftrightarrow a$ và b cùng nằm trong một mặt phẳng và có một điểm chung duy nhất.



$a \equiv b \Leftrightarrow a$ và b cùng nằm trong một mặt phẳng và có từ hai điểm chung trở lên.



a chéo $b \Leftrightarrow a$ và b không cùng nằm trong một mặt phẳng.

2. Tính chất cơ bản về 2 đường thẳng song song



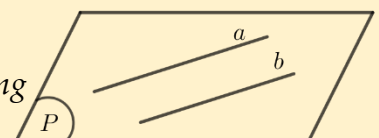
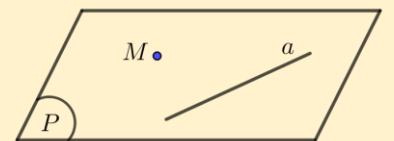
Định lý 1:

- » Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau

» **Nhận xét:**

Ta có thêm một cách để xác định mặt phẳng như sau:

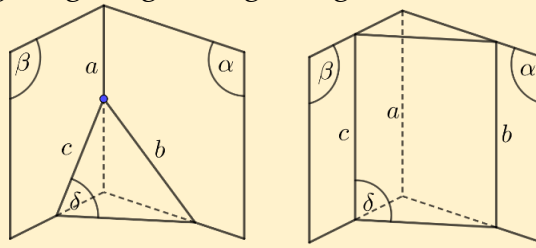
Hai đường thẳng song song a và b xác định nên một mặt phẳng ký hiệu (a, b) .





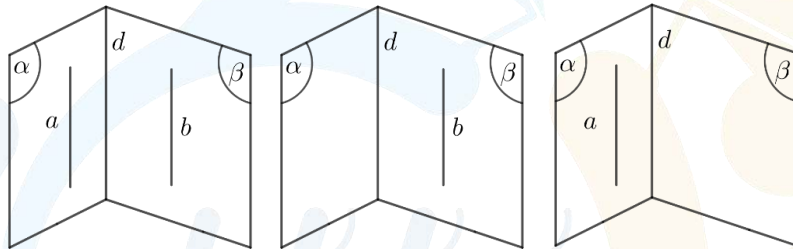
Định lý 2: Về giao tuyến 2 mặt phẳng

» Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song đường thẳng đã cho.



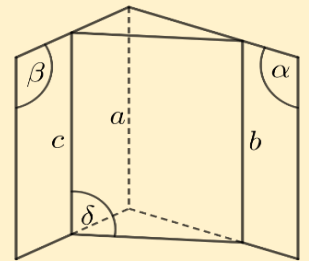
Hệ quả

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.



Định lý 3:

» Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.



TOÁN TỪ TÂM



Các dạng bài tập

Dạng 1. Chứng minh hai đường song song



Phương pháp

□ Ta có thể dùng một trong các cách sau

01	Xét mặt phẳng chứa a, b . Dùng các định lý đường trung bình, Định lý Thales đảo,... để chứng minh $a//b$.
02	Dùng định lý bắc cầu $\begin{cases} a//c \\ b//c \end{cases} \Rightarrow a//b$.
03	Dùng định lý $\begin{cases} a//b \\ a \subset (\alpha), b \subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a//b//c \\ a \equiv b \\ a \equiv c \end{cases}$



Ví dụ 1.1.

Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, BC, AD . Chứng minh rằng tứ giác $MPNQ$ là hình bình hành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

Cho tứ diện $ABCD$ có $I; J$ lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Chứng minh rằng: $IJ//CD$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.5.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Chứng minh: $SI // CD$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



TOÁN TỬ TÂM

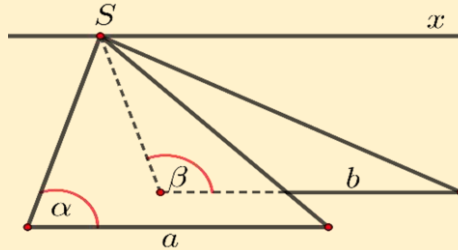


Dạng 2. Giao tuyến của 2 mặt chứa 2 đường thẳng song song



Phương pháp

- » **Bước 1:** Xác định điểm $S \in (\alpha) \cap (\beta)$ (S là một điểm chung của (α) và (β))
- » **Bước 2:** Xác định đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$ sao cho $a // b$.
- » **Bước 3:** Kết luận $(\alpha) \cap (\beta) = Sx$ với Sx là đường thẳng đi qua điểm S và $Sx // a // b$.



Ví dụ 2.1.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 2.2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M thuộc cạnh SA . Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) .

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Dạng 3. Giao điểm sử dụng giao tuyến song song



Phương pháp

- » **Bước 1:** Xác định giao tuyến song song (Sx)
- » **Bước 2:** Giao tuyến Sx cắt mặt đang xét tại 1 điểm.
- » **Bước 3:** Kết luận giao điểm cần tìm.

**** Nhận xét:** Thông thường "S" sẽ nằm trong mặt phẳng còn lại



Ví dụ 3.1.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho $SM = \frac{2}{3}SA$, trên đoạn SB lấy điểm N sao cho $SN = 2NB$. Điểm P nằm trên cạnh SC và không trùng với S .

- (1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SCD) .
- (2) Tìm giao điểm của SD và (MNP)

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 3.2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc cạnh SA ($M \neq A, M \neq S$). Tìm giao điểm K của BM với mặt phẳng (SCD) .

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Chọn khẳng định đúng
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
 - B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
 - C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.
 - D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- » **Câu 2.** Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. AB và CD cắt nhau.
 - B. AB và CD chéo nhau.
 - C. AB và CD song song.
 - D. Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD .
- » **Câu 3.** Chọn khẳng định sai
- A. Hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.
 - B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì không chéo.
 - C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không cùng nằm trên bất kì mặt nào.
 - D. Hai đường thẳng có từ 2 điểm chung thì trùng nhau.
- » **Câu 4.** Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 , biết d_1 song song với d_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. d_1, d_3 chéo nhau.
 - B. d_1, d_3 cắt nhau.
 - C. d_1, d_3 song song với nhau.
 - D. d_1, d_3 trùng nhau.
- » **Câu 5.** Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. b và c song song.
 - B. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau
 - C. b và c cắt nhau.
 - D. b và c chéo nhau.
- » **Câu 6.** Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó
- A. song song.
 - B. chéo nhau.
 - C. cắt nhau.
 - D. trùng nhau.
- » **Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Tìm mệnh đề đúng
- A. d qua S và song song với BC
 - B. d qua S và song song với AB
 - C. d qua S và song song với DC
 - D. d qua S và song song với BD
- » **Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABC$ Gọi M, N là trung điểm SA, SC, P nằm trên cạnh AB sao cho $AB = 3AP$. Gọi Q là giao điểm của BC và mặt phẳng (MNP) . Khi đó $BQ : CQ$ bằng
- A. 1:1.
 - B. 2:1.
 - C. 3:1.
 - D. 1:2.
- » **Câu 9.** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng
- A. song song.
 - B. chéo nhau.
 - C. cắt nhau.
 - D. trùng nhau.
- » **Câu 10.** Cho các mệnh đề sau:



(a)	Đường thẳng IO song song với SA .		
(b)	Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.		
(c)	Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD) .		
(d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .		

» **Câu 18.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AB		
(b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng qua S và song song với AC		
(c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là đường thẳng qua G và song song với CD .		
(d)	M trên SD sao cho $SM = \frac{2}{3}SD$. Giao tuyến của (CGM) và (SBC) là đường thẳng CB .		

» **Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	MN cắt mặt phẳng (SBD)		
(b)	SB cắt mặt phẳng (MCD)		
(c)	SD cắt mặt phẳng (MBC)		
(d)	BN cắt mặt phẳng (SAD)		

» **Câu 20.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AB và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là trung điểm SA , G là trọng tâm ΔSBC và $E \in SD$ sao cho $3SE = 2SD$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

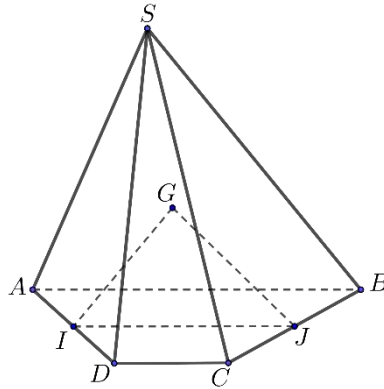
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đường thẳng SB cắt mặt phẳng (ICD)		
(b)	Đường thẳng GO cắt mặt phẳng (SCD)		
(c)	Đường thẳng SB cắt mặt phẳng (ACE)		
(d)	Đường thẳng BG cắt mặt phẳng (ACE)		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang, $AB \parallel CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB (tham khảo hình vẽ). Mặt



phẳng (GIJ) cắt SA, SB lần lượt tại M, N . Biết $AB = k.CD$, tìm k để $MNIJ$ là hình bình hành.



Điền đáp số:

» **Câu 22.** Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC . Gọi K là một điểm trên cạnh BD với $KB = 2KD$. Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (IJK) . Tính diện tích thiết diện (kết quả làm tròn đến hàng thứ nhất)

Điền đáp số:

» **Câu 23.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, tâm O . Mặt bên SAB là tam giác đều. Ngoài ra $SAD = 90^\circ$. Gọi Dx là đường thẳng song song với SC . Gọi giao điểm I của Dx với (SAB) . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (ACI) . Tính diện tích thiết diện (Kết quả được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Điền đáp số:

» **Câu 24.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, K là trung điểm cạnh SB . Gọi E là điểm trên SC sao cho $\frac{SE}{SC} = \frac{1}{3}$, gọi H là giao điểm của KE và (SAD) . Tính tỉ số $\frac{HE}{HK}$ (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)?

Điền đáp số:

» **Câu 25.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CD, AC, BD . G là trung điểm NI . Giả sử giao điểm của GM và (ABD) là F . Tính tỉ số $\frac{FA}{FB}$?

Điền đáp số:

» **Câu 26.** Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của (PQR) và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

Điền đáp số:

----- Hết -----



Chương 04

Bài 3.

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG

A

Lý thuyết

1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian



Định nghĩa:

Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng được xét theo số điểm chung của chúng

	<p>d và (α) không có điểm chung. Khi đó ta nói d song song với (α) hay (α) song song với d » Kí hiệu là $d // (\alpha)$ hay $(\alpha) // d$.</p>
	<p>d và (α) có một điểm chung duy nhất M. Khi đó ta nói d và (α) cắt nhau tại điểm M » Kí hiệu là $d \cap (\alpha) = \{M\}$ hay $d \cap (\alpha) = M$.</p>
	<p>d và (α) có từ hai điểm chung trở lên. Khi đó ta nói d nằm trong (α) hay (α) chứa d » Kí hiệu là $d \subset (\alpha)$ hay $(\alpha) \supset d$</p>

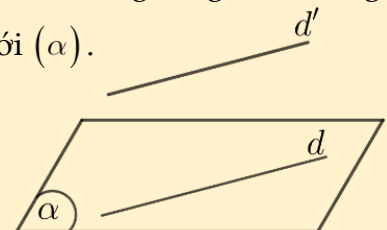
2. Tính chất



Định lý 1:

» Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong mặt phẳng (α) thì d song song với (α) .

» Tóm tắt định lý:
$$\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ d // d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d // (\alpha)$$

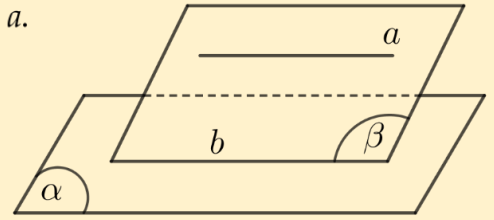




Định lý 2:

» Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b song song với a .

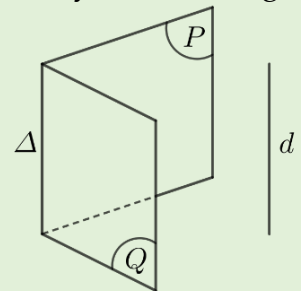
» **Tóm tắt định lý:**
$$\begin{cases} a // (\alpha) \\ a \subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = b \end{cases} \Rightarrow a // b$$



Hệ quả:

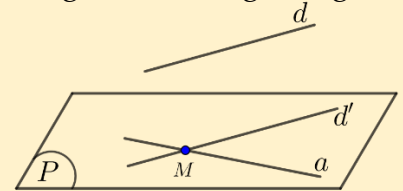
» Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng nếu có cũng song song với đường thẳng đó.

» **Tóm tắt:**
$$\begin{cases} (P) \cap (Q) = \Delta \\ (P) // d, (Q) // d \end{cases} \Rightarrow \Delta // d$$



Định lý 3:

» Cho hai đường thẳng chéo nhau, có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng còn lại.

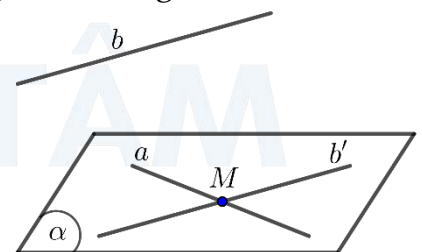


Chú ý

Cho a và b là hai đường thẳng chéo nhau.

Cách dựng mặt (α) chứa đường a và song song với đường b :

- Lấy M thuộc a .
- Qua M kẻ đường thẳng b' song song với b .
- Mặt phẳng (α) chứa a và b' .





Các dạng bài tập

Dạng 1. Chứng minh đường thẳng song song một phẳng



Phương pháp

□ Để chứng minh đường thẳng d song song với (α) , ta chứng minh

01

$$\text{Dùng } \begin{cases} a // b \\ b \subset (\alpha) \Rightarrow a // (\alpha) \\ a \not\subset (\alpha) \end{cases}$$

02

- » Xét mặt phẳng (β) chứa α .
- » Tìm giao tuyến $b = (\alpha) \cap (\beta)$.
- » Chứng minh $a // b \Rightarrow a // (\alpha)$



Ví dụ 1.1.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của đoạn AD .

- (1) Xác định mặt phẳng chứa SD và song song với BM .
- (2) Xác định mặt phẳng chứa CD và song song với SB .

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của $\triangle ABD$. M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG // (ACD)$.

✎ Lời giải



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.3.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và BCD . Chứng minh rằng $MN // (ABD)$ và $MN // (ACD)$.

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.4.

Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong 1 mặt phẳng. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $ABEF$. Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE) .

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM

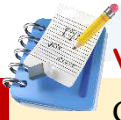


Ví dụ 1.5.

Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{3}BD$. Chứng minh MN song song với $(CDEF)$.

» Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 1.5.

Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng đường thẳng MG song song với (ACD) .

» Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỬ TÂM



Ví dụ 1.6.

Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O và O' lần lượt là tâm của hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$.

- (1) Tìm $(BDF) \cap (ACE)$
- (2) Chứng minh: $OO' \parallel (ADF)$ và $OO' \parallel (BCE)$.
- (3) Gọi M và N là trọng tâm ΔABD và ΔABF . Chứng minh: $MN \parallel (DCFE)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỪ TÂM



➤ **Dạng 2. Giao tuyến của hai mặt chứa một đường song song với mặt**



Phương pháp

01

Dùng $\begin{cases} M = (\alpha) \cap (\beta) \\ a \subset (\alpha); b \subset (\beta) \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = Mx // a \\ a // b \end{cases}$

02

Dùng $\begin{cases} (P) // a \\ (Q) // a \Rightarrow b // a \\ (P) \cap (Q) = b \end{cases}$



Ví dụ 2.1.

Cho tứ diện $ABCD$ Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN) .

➤ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Điểm I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua I và song song với AB, SC .

➤ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



TOÁN TỬ TÂM



Dạng 3. Thiết diện



Phương pháp

- Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ và (α) .
 - » Nếu (α) cắt hình chóp tại một mặt nào đó hình chóp thì sẽ cắt mặt phẳng này theo một đoạn thẳng gọi là *đoạn giao tuyến* của (α) và mặt đó.
 - » Các đoạn giao tuyến nối tiếp nhau tạo thành một đa giác phẳng gọi là *thiết diện*.
 - » Như vậy muốn tìm thiết diện của hình chóp với (α) , ta tìm các giao tuyến (nếu có).
 - » Đa giác tạo bởi các giao tuyến là thiết diện cần tìm.

**** Sử dụng định lý:**

Cho đường thẳng d song song với (α) .

Nếu (β) chứa d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì $d' // d$



Ví dụ 3.1.

Cho tứ diện $ABCD$, điểm M thuộc AC . Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 3.2.

Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC . Một mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD . Thiết diện của (α) và hình tứ diện $ABCD$ là hình gì?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



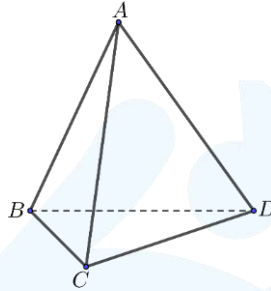
Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Trong không gian, cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) .

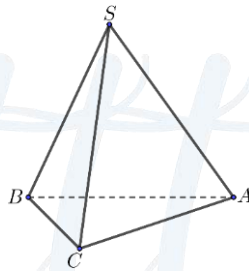
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

» **Câu 2.** Cho tứ diện $ABCD$. Vị trí tương đối giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (BCD) là.



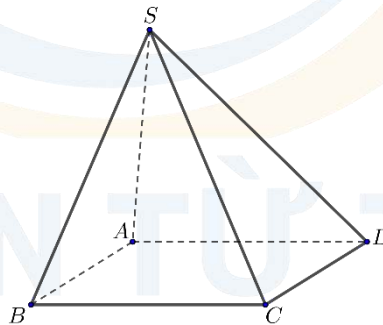
- A. $BC \parallel (BCD)$. B. $BC \subset (BCD)$. C. $BC \cap (BCD) = A$. D. $BC \cap (BCD) = D$.

» **Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABC$. Vị trí tương đối giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là.



- A. $SB \parallel (ABC)$. B. $SB \subset (ABC)$. C. $SB \cap (ABC) = A$. D. $SB \cap (ABC) = B$.

» **Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Vị trí tương đối giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) là.



- A. $AB \cap (SCD) = B$. B. $AB \cap (SCD) = S$. C. $AB \subset (SCD)$. D. $AB \parallel (SCD)$.

» **Câu 5.** Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

» **Câu 6.** Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$



- B.** Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
- C.** Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .
- D.** Nếu $b // a$ thì $b // (\alpha)$.

» **Câu 7.** Cho tứ diện $ABCD$. Cho các mệnh đề sau:

- (1) $AD \subset (ABC)$
 (2) $AD \cap (ABC) = C$.
 (3) $AB \subset (ABC)$.
 (4) $AC // (ABD)$.

Trong các mệnh đề đã cho, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

» **Câu 8.** Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm tam giác ACD , M thuộc đoạn BC sao cho $CM = 2MB$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A.** $MG // (ABC)$. **B.** $MG // (ABD)$. **C.** $MG // CD$. **D.** $MG // BD$.

» **Câu 9.** Cho tam giác $A'B'C'$, dựng các đường thẳng $d_1 // d_2 // d_3$ sao cho chúng không thuộc mặt phẳng $(A'B'C')$ và lần lượt đi qua các điểm A', B', C' . Trên các đường d_1, d_2, d_3 lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $AB // A'B', BC // B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $AA', B'C'$. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.** (BMN) . **B.** $(C'MN)$. **C.** $(A'CN)$. **D.** $(A'BN)$.

» **Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, H lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD, SD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng CN và SH . Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- (i) $MN // (SBC)$ (ii) $AD // (SBC)$ (iii) $HN // (SBC)$ (iv) $IJ // (HMN)$

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

» **Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm hai đường chéo. Gọi M là trung điểm của SC . Đường thẳng OM song song với những mặt phẳng nào sau đây?

- A.** (SAD) và (SBC) . **B.** (SAD) và (SBA) .
C. (SBA) và (SCD) . **D.** (SAC) và $(ABCD)$.

» **Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và M, N, E lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, SA . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** MN song song với hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .
B. SB và SC song song với (MNE) .
C. ME song song với hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .
D. EO song song với hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

» **Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB , I là trung điểm của AB và M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = \frac{1}{3}AD$. MG song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (SBC). B. (SAD). C. (SBD). D. (SCD).

» **Câu 14.** Cho tứ diện $ABCD$, lấy điểm M là một điểm thuộc miền trong của tam giác BCD . Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với AC và BD . Hình tạo bởi các giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện $ABCD$ là hình gì?

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình vuông. D. Hình thoi.

» **Câu 15.** Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy trung điểm M , trên đoạn thẳng BC lấy điểm N . Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD và gọi (H) là hình tạo bởi các giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện. Xác định vị trí của điểm N trên đoạn BC sao cho (H) là một hình bình hành.

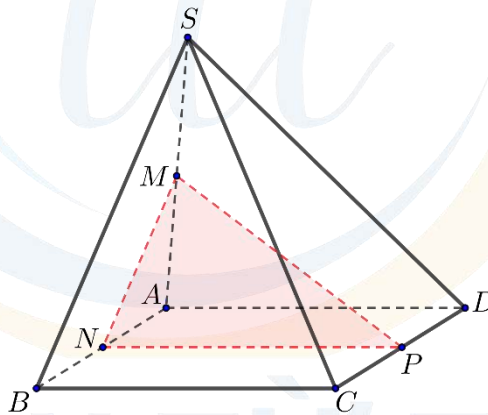
- A. $BN = \frac{1}{2}BC$. B. $BN = 2BC$ C. $BN = \frac{3}{2}BC$ D. $3BN = 2BC$

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 16.** Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nếu $a \cap (\alpha) = \emptyset$ thì $a // (\alpha)$		
(b)	Nếu $a // b$ và $b // (\alpha)$ thì $a // (\alpha)$		
(c)	Nếu a và (α) có 2 điểm chung thì $a \subset (\alpha)$.		
(d)	Nếu $a // b$ và $b \subset (\alpha)$ thì $a // (\alpha)$.		

» **Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là các trung điểm của các đoạn SA, AB, CD như hình vẽ.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$SB // (MNP)$		
(b)	$AD // (MNP)$		
(c)	Giao tuyến của (SAD) và (MNP) là đường thẳng song song với AD		
(d)	Giao tuyến của (SAB) và (MNP) là đường thẳng song song với MN .		

» **Câu 18.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không đồng phẳng có tâm lần lượt là I và J .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$IJ // (ADF)$		



(b)	$IJ // (CEB)$		
(c)	$IJ // (CEA)$		
(d)	$IJ // (CDFE)$		

» **Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	MN song song với mặt phẳng (SAB)		
(b)	MO song song với mặt phẳng (SBC)		
(c)	NO song song với mặt phẳng (SBD)		
(d)	CD song song với mặt phẳng (MNO)		

» **Câu 20.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2CD$.

Trên các cạnh SA, SB, SD lấy các điểm M, N, P sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SMP) là đường thẳng đi qua S và song song với AD .		
(b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SMN) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .		
(c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (CPM) và $(ABCD)$ là đường thẳng CI với I là trung điểm của AB .		
(d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (PAB) là đường thẳng đi qua Q và song song với MN với $Q = PA \cap MD$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 21.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD và P là điểm trên cạnh AC sao cho $PA = 2PC$. Trong ba đường thẳng MN, NP, PM có bao nhiêu đường thẳng song song với mặt phẳng (BCD) ?

☒ **Điền đáp số:**

» **Câu 22.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Đường thẳng MN song song với bao nhiêu mặt phẳng trong bốn mặt của tứ diện?

☒ **Điền đáp số:**

» **Câu 23.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA . Có tất cả bao nhiêu cạnh của hình chóp song song với mặt phẳng (MNQ) .

☒ **Điền đáp số:**

» **Câu 24.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD . Khi đó đoạn thẳng G_1G_2 song song với bao nhiêu mặt của tứ diện $ABCD$.

☒ **Điền đáp số:**



» **Câu 25.** Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M là trung điểm AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M , song song với hai đường thẳng BC và AD . Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB . Biết khi $AD = kBC$ thì $MNPQ$ là hình thoi. Hãy xác định giá trị của $k, (k \in \mathbb{R}, k > 0)$.

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 26.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD , cắt hình chóp theo một tứ giác. Hãy xác định diện tích của tứ giác đó (làm tròn tới hàng phần trăm).

✎ **Điền đáp số:**

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



Chương 04

Bài 4.

HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

A

Lý thuyết

1. Định nghĩa



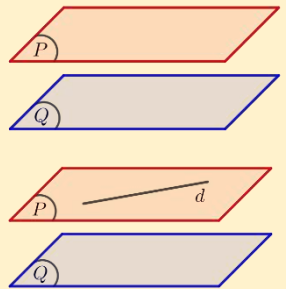
Định nghĩa:

» Hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

Ký hiệu: $(P) // (Q)$ hoặc $(Q) // (P)$.

** Nhận xét:

Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì bất kỳ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này cũng song song với mặt phẳng kia.



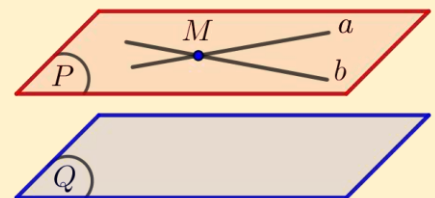
2. Tính chất



Định lý 1:

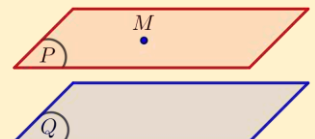
» Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với (Q) .

» **Tóm tắt định lý:**

$$\begin{cases} a \subset (P); b \subset (P) \\ a \cap b = \{M\} \\ a // (Q) \\ b // (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) // (Q)$$


Định lý 2:

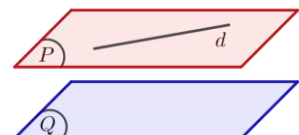
» Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.



** Từ định lý 2, ta có các hệ quả sau:

01

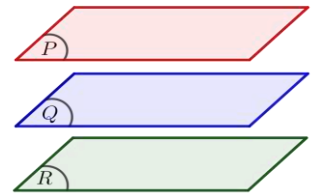
» Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (Q) thì qua d có duy nhất một mặt phẳng song song với (Q) .





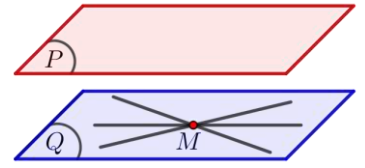
02

» Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.



03

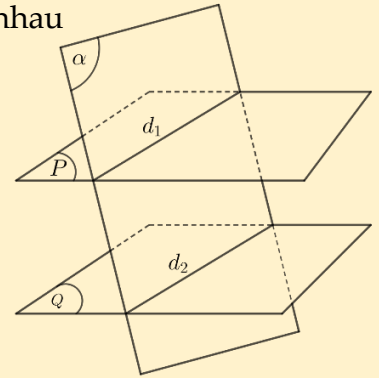
» Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (P) . Mọi đường thẳng đi qua A và song song với (P) thì đều nằm trong mặt phẳng qua A song song với (P) là (Q) .



Định lý 3:

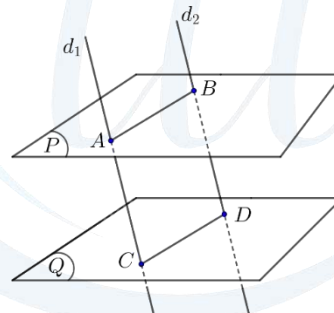
» Nếu một mặt phẳng thứ 3 cắt một trong hai mặt phẳng song song thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại và hai giao tuyến của chúng song song với nhau

$$\left. \begin{aligned} &(\alpha) \cap (P) = d_1 \\ \text{» Tóm tắt định lý: } &(\alpha) \cap (Q) = d_2 \\ &(P) // (Q) \end{aligned} \right\} \Rightarrow d_1 // d_2$$



**** Từ định lý 3, ta có hệ quả sau:**

Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song những đoạn thẳng bằng nhau.



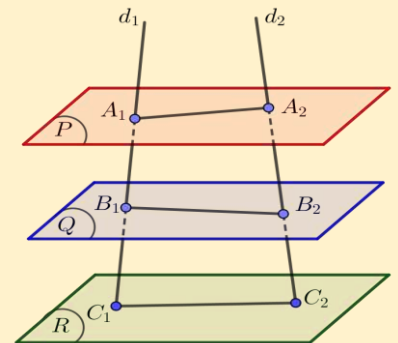
3. Định lý thales trong hình học không gian



Định lý:

» Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

$$\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{B_1C_1}{B_2C_2} = \frac{C_1A_1}{C_2A_2}$$





4. Hình lăng trụ và hình hộp:



Định nghĩa:

» Cho $(P) // (Q)$.

Trên (P) cho đa giác $A_1A_2...A_n$.

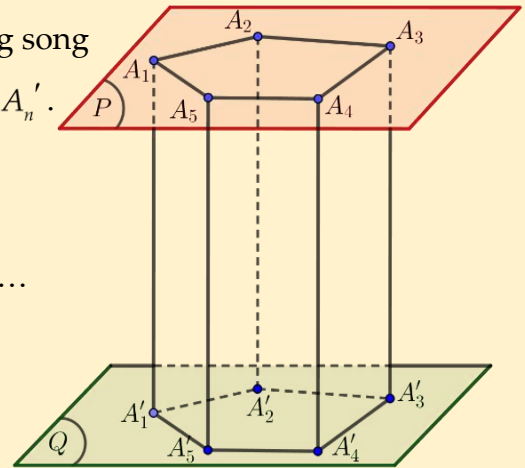
Qua các đỉnh A_1, A_2, \dots, A_n ta vẽ các đường thẳng song song với nhau và cắt (Q) lần lượt tại A'_1, A'_2, \dots, A'_n .

» Hình lăng trụ gồm

- Hai đa giác $A_1A_2...A_n, A'_1A'_2...A'_n$
- Các hình bình hành $A_1A'_1A'_2A_2, A_2A'_2A'_3A_3, \dots$

» Hình lăng trụ có

- Mặt đáy: $A_1A_2...A_n, A'_1A'_2...A'_n$
- Các cạnh bên: $A_1A'_1, A_2A'_2, \dots, A_nA'_n$
- Mặt bên: $A_1A'_1A'_2A_2, A_2A'_2A'_3A_3, \dots, A_nA'_nA'_1A_1$
- Các đỉnh: là các đỉnh của đáy.



5. Hình chóp cụt:



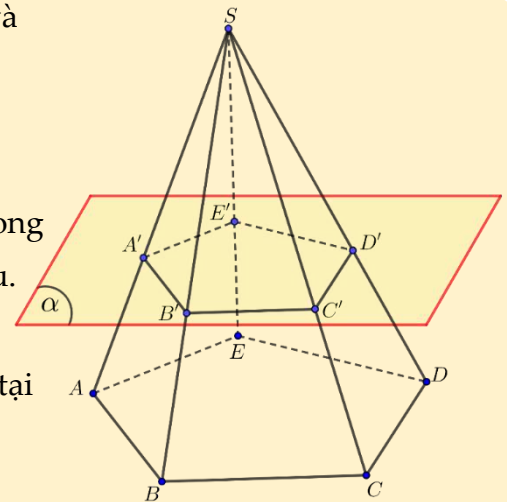
Định nghĩa:

» Cắt hình chóp bởi mặt phẳng song song với đáy và không đi qua đỉnh ta được hình chóp cụt.

Trên (P) cho đa giác $A_1A_2...A_n$.

» Tính chất:

- Hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song, các tỷ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
- Các mặt bên là những hình thang.
- Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng quy tại một điểm.





Ví dụ 1.4.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E là điểm thuộc đoạn AC' , F là một điểm trên đoạn $B'D'$, G là một điểm thuộc đoạn CD' sao cho $AE = \frac{1}{3}AC'$, $D'F = \frac{1}{3}D'B$, $CG = \frac{1}{3}CD'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh CD và $A'D'$.
Chứng minh rằng $(EFG) \parallel (AIJ)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỪ TÂM



Ví dụ 2.2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm bất kì trên cạnh AB , (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với (SBC) . Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 2.3.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, AD, A'D'$. Xác định giao tuyến của (MNP) và $(A'B'C'D')$, $(AA'B'B)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

TOÁN TỪ TÂM



Ví dụ 2.2.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a . Các điểm M, N lần lượt trên AD', BD sao cho $AM = DN = x$ ($0 < x < a\sqrt{2}$).

- (1) Chứng minh khi x biến thiên, đường thẳng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.
- (2) Chứng minh khi $x = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ thì $MN // A'C$.

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.3.

Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm lưu động trên cạnh AB ; N là điểm lưu động trên cạnh CD . Chứng tỏ rằng trung điểm I của đoạn MN thuộc một mặt phẳng cố định.

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



Ví dụ 2.4.

Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trên hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC , BF lấy các điểm M , N sao cho $MC = 2AM$, $NF = 2BN$. Qua M , N lần lượt kẻ các đường thẳng song song với cạnh AB , cắt cạnh AD , AF theo thứ tự tại M_1 , N_1 . Chứng minh rằng

(1) $MN // DE$.

(2) $M_1N_1 // (DEF)$.

(3) $(MNM_1N_1) // (DEF)$.

✎ Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 2.5.

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC , ACC' , $A'B'C'$. Chứng minh rằng $(IJK) // (BCC'B')$ và $(A'JK) // (AIB')$.

✎ Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

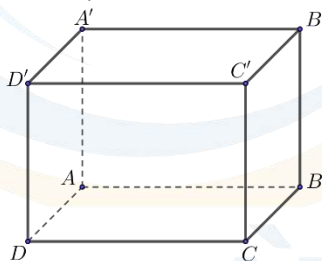
TOÁN TỬ TÂM



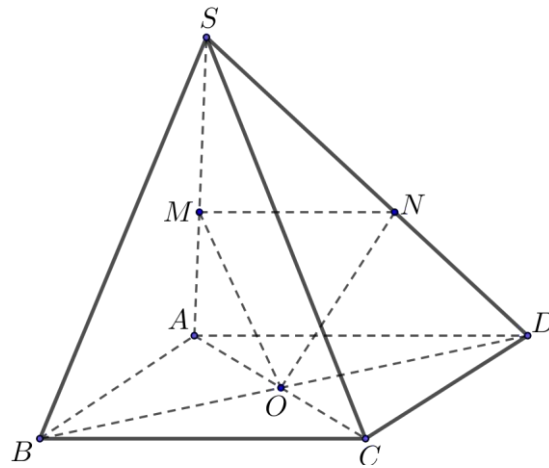
Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu
- A. chúng không có điểm chung. B. chúng có một đường thẳng chung.
C. chúng có đúng một điểm chung. D. chúng có ít nhất một điểm chung.
- » **Câu 2.** Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. Hình hộp là hình tứ diện. B. Hình tứ diện là hình hộp.
C. Hình lập phương là hình hộp. D. Hình hộp là hình lập phương.
- » **Câu 3.** Mệnh đề nào sau đây là **sai**?
- A. Qua một điểm bất kỳ có một và chỉ một mặt phẳng song song với một mặt phẳng cho trước.
B. Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.
C. Ba mặt phẳng phân biệt đôi một song song với nhau chắn trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
D. Hai mặt phẳng song song cắt mặt phẳng thứ ba theo hai giao tuyến song song với nhau.
- » **Câu 4.** Cho mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng c . Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. Nếu $a // c$ thì $(P) // (Q)$.
B. Nếu $b // c$ thì $(P) // (Q)$.
C. Nếu $a // (Q)$ và $b // (Q)$ thì $(P) // (Q)$.
D. Nếu a, b cắt nhau, $a // (Q)$ và $b // (Q)$ thì $(P) // (Q)$.
- » **Câu 5.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?



- A. $(ABCD) // (A'B'C'D')$. B. $(ABB'A') // (DCC'D')$.
C. $(ACC'A') // (ABD)$. D. $(A'B'C') // (ABD)$.
- » **Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SD .



Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAD) . B. (SAC) . C. (SBD) . D. (SBC) .

- » **Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm cạnh SC, SB, CD . Khẳng định nào đúng?
A. $(OMN) \parallel (SBD)$. B. $(OME) \parallel (SBD)$. C. $(SCD) \parallel (SAB)$. D. $(OMN) \parallel (SAD)$.
- » **Câu 8.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$. Gọi O, M, N, P, Q lần lượt là trung điểm cạnh FD, FA, FC, EB, FB .
Khẳng định nào sai?
A. $(OMN) \parallel (ABC)$. B. $(OMN) \parallel (ACD)$.
C. $(DMN) \parallel (ACP)$. D. $(DMN) \parallel (ACQ)$.
- » **Câu 9.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Gọi M, N, O lần lượt là trung điểm cạnh GH, GF, BD . Mặt phẳng (AFH) song song với mặt phẳng nào sau đây?
A. (OMN) . B. (GBD) . C. (AMN) . D. (BCD) .
- » **Câu 10.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Gọi O, M, N lần lượt là tâm của các hình $ABCD, CGHD, EFGH$.
Khẳng định nào sai?
A. $(OMN) \parallel (BFC)$. B. $(OMN) \parallel (CGF)$.
C. $(OMN) \parallel (ABE)$. D. $(OMN) \parallel (AEH)$.
- » **Câu 11.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, AC cắt BD tại O và $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O' . Khi đó $(AB'D')$ sẽ song song mặt phẳng nào sau đây?
A. $(A'OC')$. B. (BDA') . C. (BDC') . D. (BDC) .
- » **Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình thang ($AB \parallel CD$) và $AB = 2CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB và AB . Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (SAD) ?
A. (BCI) . B. (BIJ) . C. (CIJ) . D. (SJC) .
- » **Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?
A. $(ABCD)$. B. (SBC) . C. (SAB) . D. (SCD) .



» **Câu 14.** Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ACD, ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BD, CD, BC . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $(DIK) \parallel (ABC)$. B. $(IJK) \parallel (BCD)$. C. $(KMN) \parallel (ABC)$. D. $(IJK) \parallel (AMD)$.

» **Câu 15.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC, \triangle ACC'$ và $\triangle AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

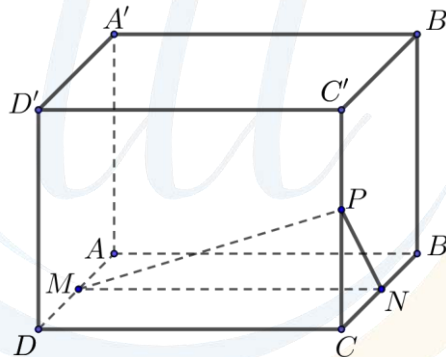
- A. $(BC'A)$. B. (ABA') . C. $(BB'C)$. D. $(CC'A)$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 16.**

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Cho (α) và (β) là hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt (α) thì nó cũng cắt (β) .		
(b)	Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.		
(c)	Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.		
(d)	Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy		

» **Câu 17.** Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AD, BC, CC' (hình vẽ).



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$A'B' \parallel (MNP)$.		
(b)	$(MNP) \parallel (BC'D')$.		
(c)	$(MNP) \parallel (B'C'D')$.		
(d)	DD' cắt (MNP) .		

» **Câu 18.** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$BB' \parallel (ACC'A')$		
(b)	$(ABC) \parallel (A'B'C')$		
(c)	IG cắt $(BCC'B')$		



(d) $(IKG) // (BCC'B')$

» **Câu 19.** Cho hình chóp $SABC$ có $SA = 9; SB = 12; SC = 15$. Trên cạnh SA lấy các điểm M, N sao cho $SM = 4; MN = 3; NA = 2$. Vẽ hai mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt đi qua M, N , cắt SB theo thứ tự tại $M'; N'$ và cắt SC theo thứ tự tại $M''; N''$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$SM' = 4$		
(b)	$M'N' = 4$		
(c)	$M'N' + M''N'' = 9$		
(d)	$N''C = \frac{10}{3}$		

» **Câu 20.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD; B'D'C$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$A'D'CB$ là hình bình hành		
(b)	$(A'BD) // (B'D'C)$		
(c)	G_1, G_2 cùng thuộc AC'		
(d)	$G_1G_2 = \frac{2}{3} AC'$		

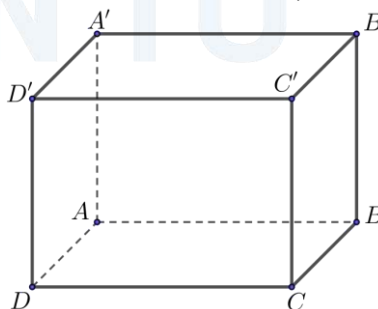
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 21.** Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây:

- (1) Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.
- (2) Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy
- (3) Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) .
- (4) Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) . Khi đó, nếu $a // a'; b // b'$ thì $(P) // (Q)$.
- (5) Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 22.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu kết luận đúng



- (1) $AC // B'D'$
- (2) $(BB'D') // (ACC')$



(3) $(AA'D) // (BCC')$

(4) AD' cắt $(A'BC')$

(5) $(DD'C) // (AA'B)$

(6) $(ABCD) // (A'D'C'B')$

Điền đáp số:

» **Câu 23.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $AB=8$. Hai cạnh bên $SA=SB=6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) có diện tích bằng $a\sqrt{5}$. Khi đó a bằng bao nhiêu.

Điền đáp số:

» **Câu 24.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng 2. Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (α) song song với (SBD) và qua trung điểm I của đoạn thẳng AO . Gọi S là diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình chóp. Tính S^2 .

Điền đáp số:

» **Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, cạnh bên $BC = \sqrt{5}$, hai đáy $AB=11, CD=7$. Mặt phẳng (α) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SO tại I sao cho $2SO = 5SI$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình chóp.

Điền đáp số:

» **Câu 26.** Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 và G là trọng tâm của tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P) qua G và song song với mặt phẳng (BCD) . Tính diện tích thiết diện thu được (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Điền đáp số:

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



Chương 04

Bài 5.

PHÉP CHIẾU SONG SONG

A

Lý thuyết

1. Phép chiếu song song.



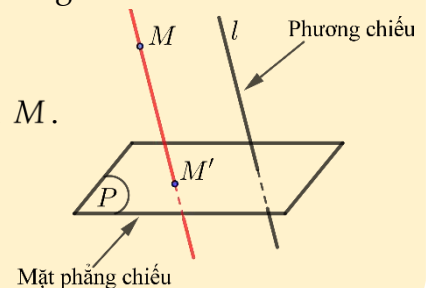
Định nghĩa:

Cho mặt phẳng (α) và một đường thẳng l cắt (P) .

- » Với mỗi điểm M trong không gian, vẽ đường thẳng qua M và song song hoặc trùng với l .
- » Phép cho tương ứng mỗi điểm M trong không gian với điểm M' trong (P) được gọi là phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l .

*** **Trong đó:** Trên mặt phẳng (P) theo phương l :

- ✓ Điểm M' được gọi là hình chiếu song song của điểm M .
- ✓ Mặt phẳng (P) được gọi là mặt phẳng chiếu.
- ✓ l gọi là phương chiếu



2. Tính chất của phép chiếu song song.



Tính chất:

- » Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- » Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- » Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- » Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

3. Hình biểu diễn của một số hình không gian trên mặt phẳng.



Định nghĩa:

- » Hình biểu diễn của một hình H trong không gian là hình chiếu song song của H trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.



 **Chú ý**

Dựa theo tính chất của phép chiếu song song, ta tuân theo các quy tắc khi vẽ hình:

- Nếu trên H có hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) thì chúng được biểu diễn bằng hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau).
→ *Tỉ số độ dài* của hai đoạn thẳng này phải **bằng** *tỉ số độ dài* của hai đoạn thẳng tương ứng trên H .
- Nếu hình phẳng nằm trong mặt phẳng không song song với phương chiếu thì:

Hình biểu diễn của một *đường tròn* thường là một *elip*.

Hình biểu diễn của một *tam giác* (vuông, cân, đều) là một *tam giác*.

Hình biểu diễn của *hình vuông*, *hình chữ nhật*, *hình thoi*, *hình bình hành* là *hình bình hành*.

TOÁN TỪ TÂM



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Xác định ảnh qua phép chiếu song song



Phương pháp

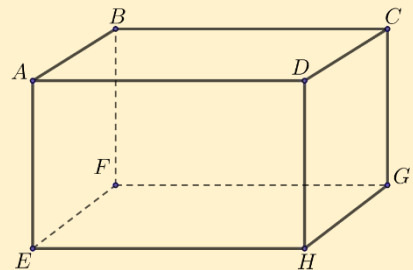
Dựa theo tính chất của phép chiếu song song, ta tuân theo các quy tắc khi vẽ hình:

- Nếu trên H có hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) thì chúng được biểu diễn bằng hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau).
→ Tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng này phải **bằng** tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng tương ứng trên H .
- Nếu hình phẳng nằm trong mặt phẳng không song song với phương chiếu thì:
Hình biểu diễn của một đường tròn thường là một elip.
Hình biểu diễn của một tam giác (vuông, cân, đều) là một tam giác.
Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành là hình bình hành



Ví dụ 1.1.

Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Xác định hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng $(CDHG)$ theo phương BC và theo phương BG .



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

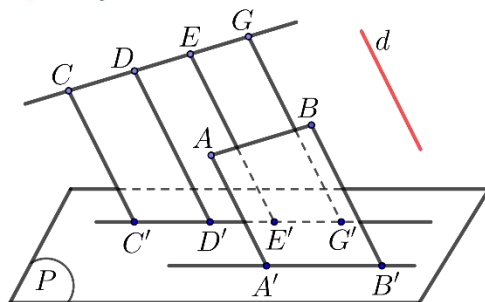
.....



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu của tam giác $A'B'C'$ theo phương $B'B$ lên mặt phẳng ABC là hình nào?
A. ADC . **B.** ADB . **C.** BCD . **D.** ABC .
- » **Câu 2.** Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình tam giác.
B. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một đoạn thẳng.
C. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình chóp cụt.
D. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một điểm.
- » **Câu 3.** Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?
A. Chéo nhau. **B.** Đồng quy. **C.** Thẳng hàng. **D.** Song song.
- » **Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
B. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì song song.
C. Hình chiếu song song của hai một hình vuông là một hình vuông.
D. Hình chiếu song song của một lục giác đều là một lục giác đều.
- » **Câu 5.** Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) , hai đường thẳng a và b có hình chiếu là hai đường thẳng song song a' và b' . Khi đó:
A. a và b phải song song với nhau.
B. a và b phải cắt nhau.
C. a và b có thể chéo nhau hoặc song song với nhau.
D. a và b không thể song song.
- » **Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD . Hình chiếu G' của điểm G trên mặt phẳng (BCD) theo phương chiếu AB là:
A. Trọng tâm của tam giác BCD .
B. Trung điểm BC .
C. Trung điểm CD .
D. Trung điểm BI với I là trung điểm CD .
- » **Câu 7.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. A' hình chiếu của A trên $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương là đường thẳng nào?
A. CC' . **B.** CA' . **C.** $C'A'$. **D.** $B'A'$.
- » **Câu 8.** Trên hình bên dưới, ta có phép chiếu song song theo phương d và mặt phẳng chiếu (P) ; $AB // CG$ và $AB = DG$; A', B', C', D', E', G' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, D, E, G qua phép chiếu nói trên.



Khi đó, có bao nhiêu khẳng định đúng trong các mệnh đề sau

(i) $\frac{DG}{AB} = \frac{D'G'}{A'B'} = 1.$ (ii) $\frac{C'D'}{D'E'} = \frac{CD}{DE}.$ (iii) $D'G' = A'B'.$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3

» **Câu 9.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Qua phép chiếu song song đường thẳng AA' mặt phẳng chiếu là $(A'B'C')$ biến G thành G' . Tìm mệnh đề **đúng**?

- A. G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. B. G' là trung điểm của $A'B'$.
C. G' là trực tâm tam giác $A'B'C'$. D. G' là trung điểm của $B'C'$.

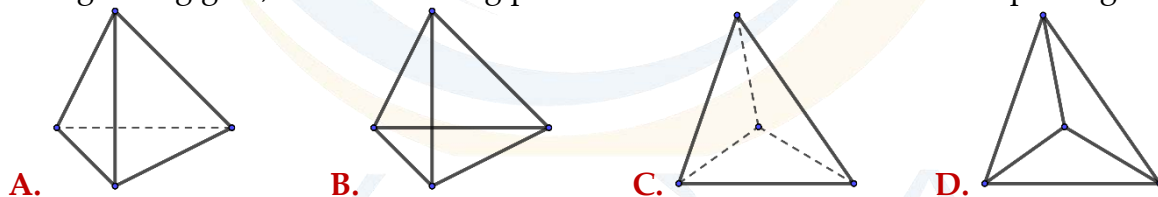
» **Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Trên cạnh SB, SD lần lượt lấy điểm M, N sao cho $SM = 2MB$ và $SN = \frac{1}{3}SD$. Hình chiếu của M, N qua phép chiếu song song lên mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ theo phương của đường thẳng SO lần lượt là P, Q . Tính tỉ số $\frac{OP}{OQ}$.

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{2}{3}$.

» **Câu 11.** Hình biểu diễn của hình chữ nhật trong không gian không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang B. Hình bình hành C. Hình chữ nhật D. Hình thoi

» **Câu 12.** Trong không gian, hình nào không phải là hình biểu diễn của hình chóp tam giác?



» **Câu 13.** Hình biểu diễn của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ lên $(BC'D)$ theo phương AB là:

- A. Một tam giác. B. Một hình bình hành
C. Một ngũ giác. D. Một lục giác.

» **Câu 14.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình biểu diễn của $\Delta A'C'D'$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương $A'B$ là

- A. Một tam giác ABC .
B. Một tam giác BCI , với I là điểm sao cho C là trung điểm của DI .
C. Một tam giác ACD .
D. Một tam giác DCM , với M là điểm sao cho C là trung điểm của BM .



» **Câu 15.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$, $AB = 3CD$. Gọi M , N theo thứ tự là trung điểm SB, SC và K là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) . Tính tỷ số $\frac{SK}{SD}$.

- A. $\frac{SK}{SD} = \frac{3}{5}$. B. $\frac{SK}{SD} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{SK}{SD} = \frac{4}{7}$. D. $\frac{SK}{SD} = \frac{2}{3}$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 16.** Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cắt nhau.		
(b)	Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự giữa các điểm.		
(c)	Cho mặt phẳng (P) , đường thẳng l cắt (P) và điểm M không nằm trên đường thẳng l . Gọi điểm M' là ảnh của điểm M lên mặt phẳng (P) theo phương chiếu l của phép chiếu song song. Khi đó MM' song song l .		
(d)	Phép chiếu song song làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.		

» **Câu 17.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Xét phép chiếu song song theo phương chiếu AA' .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hình chiếu của C' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là C .		
(b)	Hình chiếu của B lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là A' .		
(c)	Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Hình chiếu của O lên mặt phẳng $(ABCD)$ là O' .		
(d)	Hình chiếu của AC lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là $A'C'$.		

» **Câu 18.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Xét các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hình chiếu của C lên $(A'B'C')$ theo phương chiếu DA' trong phép chiếu song song là điểm C' .		
(b)	Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương chiếu OO' trong phép chiếu song song là điểm A' .		
(c)	Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của AB và $A'B'$. Hình chiếu của I lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương chiếu AI' trong phép chiếu song song là điểm A' .		
(d)	Gọi G là trọng của $\triangle ABC$. Gọi G' là hình chiếu của G lên $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu II' trong phép chiếu song song. Khi đó G' là trọng tâm $\triangle A'B'C'$.		

» **Câu 19.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$; I và I' lần lượt là trung điểm của đoạn AB và $A'B'$.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$AI' // IB'$		
(b)	Hình chiếu song song của I trên mặt phẳng $(A'B'C')$ phương AI' là điểm C' .		
(c)	Trong $(A'B'C')$, vẽ hình bình hành $A'CMI'$. Suy ra $ACMI'$ là hình bình hành.		
(d)	$\triangle MAA'$ là hình chiếu song song của $\triangle CAA'$ theo phương AI' trên $(A'B'C')$		

» Câu 20. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$ADC'B'$ là hình bình hành		
(b)	Hình chiếu song song của A lên mặt phẳng $(BCC'B')$ qua phép chiếu song song theo phương của đường thẳng $C'D$ là B'		
(c)	Hình chiếu song song của $\triangle AB'D'$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$ qua phép chiếu song song theo phương của đường thẳng $C'D'$ là $\triangle BB'C'$		
(d)	Hình chiếu của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ lên mặt phẳng $(BC'D)$ theo phương AB là một hình tam giác		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 21. Số mệnh đề nào trong các mệnh đề sau

- (a) Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- (b) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.
- (c) Phép chiếu song song biến tam giác đều thành tam giác cân.
- (d) Phép chiếu song song biến hình vuông thành hình bình hành.

☒ Điền đáp số:

» Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$, M là trọng tâm của tam giác ABC . Gọi N là hình chiếu song song của điểm M theo phương CD lên mặt phẳng (ABD) . Khi đó $\frac{EN}{ED}$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

☒ Điền đáp số:

» Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Trên cạnh SB , SD lần lượt lấy điểm M , N sao cho $SM = 2MB$ và $SN = \frac{1}{3}SD$. Hình chiếu của M , N qua phép chiếu song song đường thẳng SO lên mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ lần lượt là P , Q . Tính tỉ số $\frac{OP}{OQ}$.

☒ Điền đáp số:



» **Câu 24.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I là trung điểm AB . Gọi S, S' lần lượt là diện tích của tam giác $\triangle ABC$ và hình chiếu của tam giác $AA'C'$ lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương IB' . Khi đó tỉ số $\frac{S'}{S}$ bằng

» **Điền đáp số:**

» **Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông tâm O cạnh 2. Trên cạnh SB, SD lần lượt lấy điểm M, N sao cho $SM = 2MB$ và $SN = \frac{1}{3}SD$. Diện tích hình chiếu song song của tam giác $\triangle AMN$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương của đường thẳng SO bằng

» **Điền đáp số:**

» **Câu 26.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Một phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N . Tỉ số $\frac{CN}{CA}$ bằng

» **Điền đáp số:**

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM